Entstehung dynamischer Hoch- und Tiefdruckgebiete

Hoch- und Tiefdruckgebiete entstehen auf unterschiedliche Weise. Bei **thermischen** Druckgebilden erwärmt oder kühlt sich vor allem die bodennahe Luft – typische Beispiele sind das Hitzetief und das Kältehoch. **Dynamische** Druckgebilde gehen dagegen auf großräumige Strömungsvorgänge in der Atmosphäre zurück. Entscheidend ist dabei, wie viel Luft einer Luftsäule in verschiedenen Höhen zu- oder abgeführt wird, besonders im Bereich des Jetstreams in etwa 8 bis 12 km Höhe. Verlässt oben mehr Luft die Säule, als am Boden nachströmt, nimmt ihre Masse ab und der Bodendruck fällt: Ein dynamisches Tief entsteht. Überwiegt hingegen die Luftzufuhr, steigt der Druck und es bildet sich ein dynamisches Hoch.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Luftdruck und hydrostatische Grundgleichung

Der Luftdruck p ist das Gewicht der darüberliegenden Luftsäule pro Fläche (Einheit: 1 Pa = 1 N/m² = 1 kg/(m·s²); 1 hPa = 100 Pa). Er nimmt mit der Höhe z ab. Diese Abnahme beschreibt die hydrostatische Grundgleichung:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -p \cdot g$$

mit ρ = Luftdichte in kg/m³ und g = 9,81 m/s² (Erdbeschleunigung). Der Bodendruck entspricht damit der gesamten Luftmasse über einer Fläche: $p_s = g \cdot m/A$. Ändert sich die Masse der Luftsäule, ändert sich zwangsläufig auch der Bodendruck.

Abbildung 1 veranschaulicht die Gleichung. Links ist eine dünne Luftschicht der Dicke Δz und Grundfläche A in einer Luftsäule dargestellt. Von unten drückt der Druck p(z), von oben der etwas kleinere Druck p(z + Δz). Die Differenz beider Druckkräfte ist die nach oben gerichtete vertikale Druckgradientkraft. Sie hält der Gewichtskraft ρ · g · A · Δz der Schicht genau das Gleichgewicht: −Δp · A = ρ · g · A · Δz, also Δp/Δz = −ρ · g. Deshalb nimmt der Druck in Bodennähe um etwa 1 hPa pro 8,5 m ab.(Beispiel 1). Rechts ist der horizontale Druckgradient zwischen zwei Isobaren dargestellt. Er erzeugt die Druckgradientkraft, die stets vom hohen zum tiefen Druck zeigt (Kapitel 2.2, Beispiel 2).

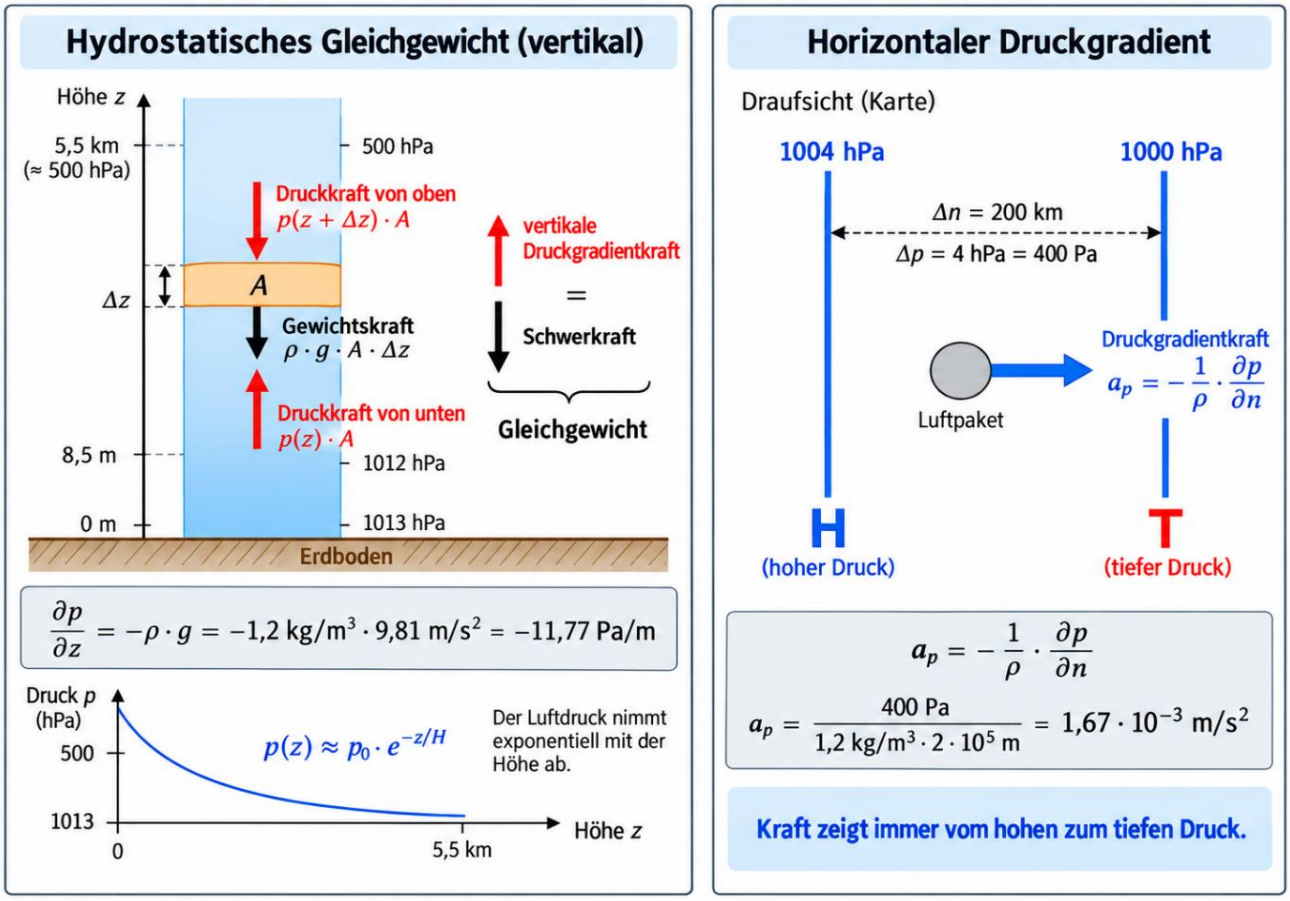


Abbildung 1: Hydrostatische Grundgleichung – links Kräftegleichgewicht an einer Luftschicht (Druckkräfte von unten und oben, Gewichtskraft) mit ∂p/∂z = −ρ · g = −11,77 Pa/m; rechts horizontaler Druckgradient zwischen zwei Isobaren mit der Druckgradientkraft vom hohen zum tiefen Druck (Werte aus den Beispielen 1 und 2)

2.2 Kräfte auf ein Luftpaket

- **Druckgradientkraft** (pro Masse): $a_P = -(1/\rho) \cdot \partial p/\partial n$ in m/s². Sie zeigt immer vom hohen zum tiefen Druck, senkrecht zu den Isobaren.
- **Corioliskraft** (pro Masse): $a_C = f \cdot v$ mit dem Coriolisparameter $f = 2 \cdot \Omega \cdot \sin \varphi$ (Ω = 7,292 × 10^{-5} s^{-1}, φ = geographische Breite). Auf der Nordhalbkugel lenkt sie die Bewegung nach rechts ab.
- **Reibungskraft**: wirkt in der Grenzschicht (ca. 0–1 km) der Bewegung entgegen und bremst den Wind ab.

Oberhalb der Reibungsschicht stellt sich meist annähernd ein Gleichgewicht zwischen Druckgradient- und Corioliskraft ein. Der daraus resultierende geostrophische Wind verläuft nahezu parallel zu den Isobaren:

$$\mathrm{vg} = \left(1(\rho \cdot \mathrm{f})\right) \cdot \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{n}}$$

In Bodennähe verändert die Reibung dieses Kräftegleichgewicht. Sie bremst den Wind, wodurch auch die Corioliskraft schwächer wird; die Druckgradientkraft gewinnt relativ an

Einfluss. Deshalb schneidet der Bodenwind die Isobaren: In ein Tief strömt er spiralförmig hinein (Konvergenz), aus einem Hoch spiralförmig heraus (Divergenz). Abbildung 2 stellt diese Kräfte und die daraus entstehenden Strömungen als Vektoren dar.

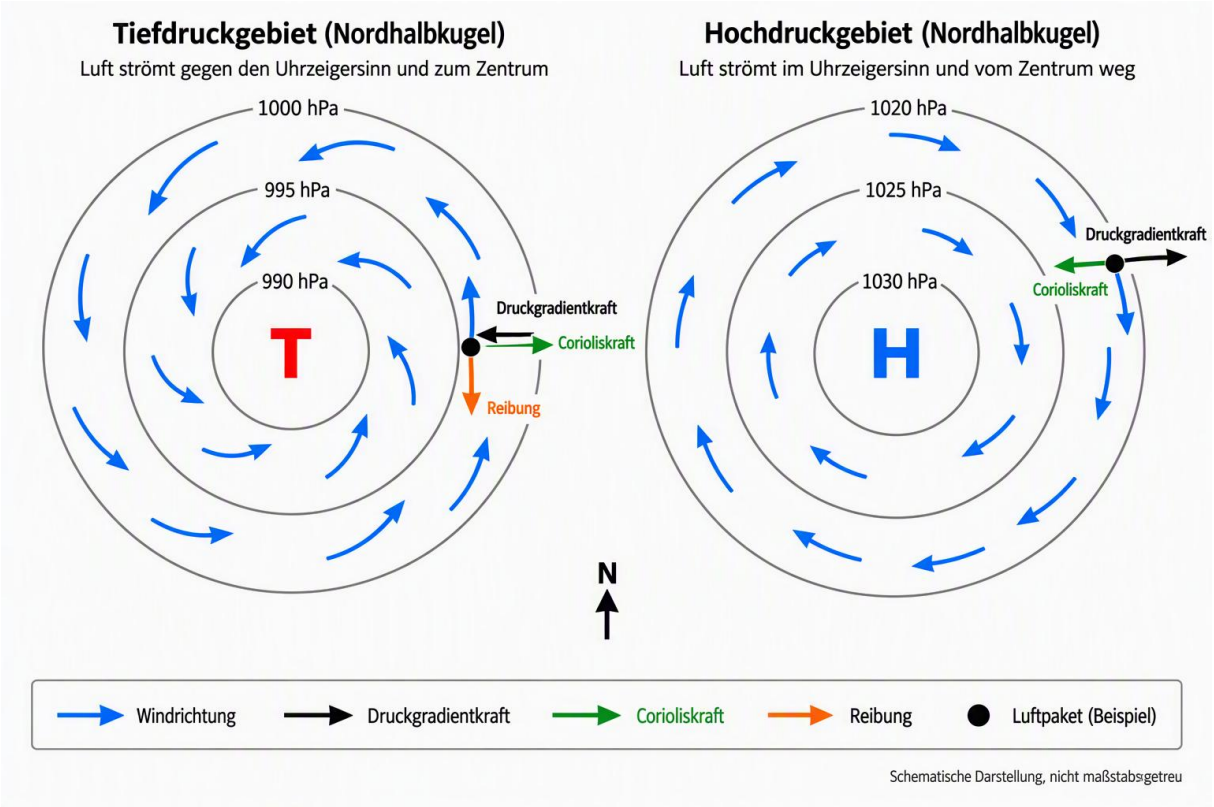


Abbildung 2: Kräftevektoren (Druckgradientkraft, Corioliskraft, Reibung) und bodennahes Windfeld um ein Tief (links) und ein Hoch (rechts) auf der Nordhalbkugel

3 Dynamische Entstehungsmechanismen

3.1 Divergenz und Konvergenz – die Massenbilanz der Luftsäule

Die horizontale Divergenz D beschreibt, ob Luft aus einem Gebiet ausströmt (D > 0, Divergenz) oder zusammenströmt (D < 0, Konvergenz):

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad [D] = s^{-1}$$

Die Änderung des Bodendrucks ergibt sich aus der Bilanz über die gesamte Luftsäule (barometrische Tendenzgleichung, vereinfacht in Druckkoordinaten):

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} \approx -\Sigma\,(D_i \cdot \Delta p_i)$$

Dabei ist D_i die Divergenz in der Schicht i und Δp_i deren Druckdicke. Überwiegt in der Summe die Divergenz (meist in der Höhe), fällt der Bodendruck → **dynamisches Tief**. Überwiegt die Konvergenz in der Höhe, steigt der Bodendruck → **dynamisches Hoch**. Höhen-

und Bodenströmung sind dabei über die Vertikalbewegung gekoppelt (Abbildung 3): Unter Höhendivergenz steigt Luft auf, unter Höhenkonvergenz sinkt sie ab.

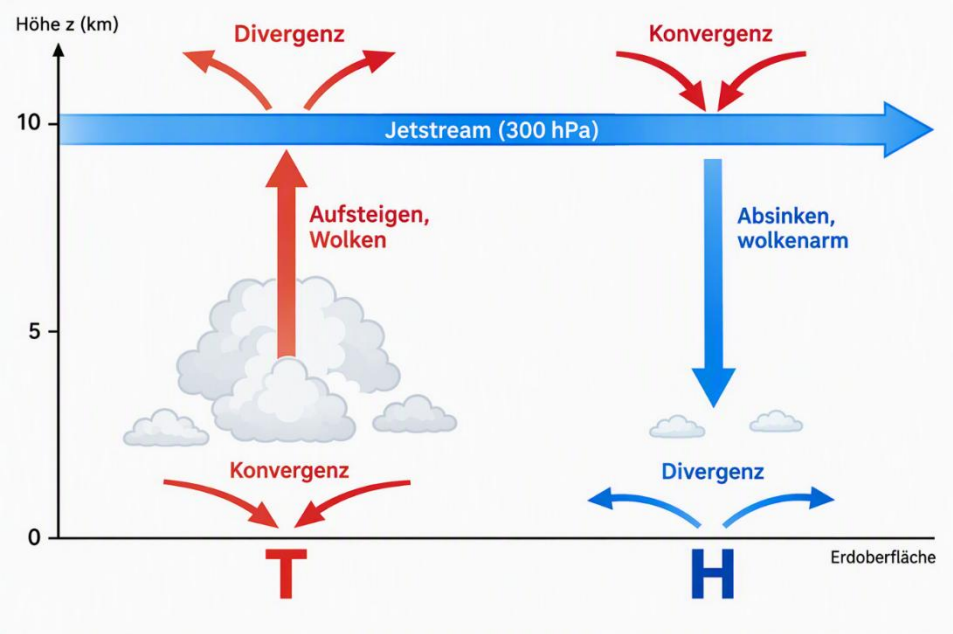


Abbildung 3: Vertikalschnitt – Divergenz am Jetstream über dem Bodentief (Aufsteigen) und Konvergenz in der Höhe über dem Bodenhoch (Absinken)

3.2 Die Rolle des Jetstreams und der Höhenwellen (Rossby-Wellen)

Der Jetstream verläuft in Wellen (Rossby-Wellen) mit Trögen und Rücken. Höhendivergenz – und damit Druckfall am Boden – tritt vor allem an folgenden Stellen auf:

- **Vorderseite eines Höhentrogs** (zwischen Trogachse und nachfolgendem Rücken): Die Luft strömt aus dem Trog mit zyklonaler Krümmung in den Rücken mit antizyklonaler Krümmung; die Windgeschwindigkeit nimmt zu, es entsteht Divergenz → Bodentief (Zyklogenese).
- **Rückseite eines Höhentrogs** (zwischen Rücken und Trogachse): Konvergenz in der Höhe → Absinken → Bodenhoch.
- **Diffluenz**: Auseinanderlaufende Stromlinien in der Höhe erzeugen Divergenz.
- **Jetstreak** (Windmaximum im Jetstream): Im linken Ausgangsbereich und im rechten Eingangsbereich herrscht Divergenz (Tiefentwicklung), im rechten Ausgangs- und linken Eingangsbereich Konvergenz (Hochentwicklung).

Geschwindigkeitsdivergenz im Jetstream: Die horizontale Divergenz lässt sich in zwei Anteile zerlegen, wenn man die Koordinaten an der Strömung ausrichtet (s entlang der Stromlinie, n quer dazu). Der erste Anteil ist die **Geschwindigkeitsdivergenz** $\partial V/\partial s$, also die Änderung der Windgeschwindigkeit V entlang der Strömung. Der zweite ist die **Richtungsdivergenz** D_R: Sie ist positiv, wenn die Stromlinien auseinanderlaufen (Diffluenz), und negativ, wenn sie zusammenlaufen (Konfluenz). Legt man die x-Achse in Strömungsrichtung, gilt näherungsweise:

$$D = \frac{\partial V}{\partial s} + DR \approx \frac{U_{aus} - U_{ein}}{\Delta x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad [D] = s^{-1}$$

$$D \approx \frac{\left(55\frac{m}{s} - 35\frac{m}{s}\right)}{(8 \cdot 10^5 m) + (-1{,}0 \times 10^{-5} s^{-1})}$$

$$= \frac{20\frac{m}{s}}{8 \cdot 10^5 m - 1{,}0 \times 10^{-5} s^{-1}}$$

$$= 2{,}5 \cdot 10^{-5} s^{-1} - 1{,}0 \times 10^{-5} s^{-1} = +1{,}5 \cdot 10^{-5} s^{-1}$$

(Geschwindigkeitsdivergenz $\partial V/\partial s$ = +2,5 × 10 ⁻⁵ s ⁻¹, Konfluenz D_R = −1,0 × 10 ⁻⁵ s ⁻¹)

Größen und Einheiten:

Größe	Bedeutung	Einheit
D	horizontale Divergenz	s^{-1}
$\partial V/\partial s$	Geschwindigkeitsdivergenz	s^{-1}
D_R	Richtungsdivergenz (Diffluenz/Konfluenz)	s^{-1}
V	Windgeschwindigkeit entlang der Strömung	m/s
s	Strecke entlang der Stromlinie	m
u_{aus}, u_{ein}	Windgeschwindigkeit am Aus- bzw. Eingang	m/s
Δx	Länge des Strömungsabschnitts	m
v	Querkomponente des Windes	m/s
y	Strecke quer zur Strömung	m

Einheiten: *(m/s) / m = s ⁻¹ für beide Summanden → [D] = s ⁻¹*

Nimmt der Wind entlang der Strömung zu ($\partial V/\partial s > 0$), strömt aus einem Volumen mehr Luft hinaus als hinein. Diffluenz ($\partial v/\partial y > 0$) verstärkt diese Divergenz, Konfluenz ($\partial v/\partial y < 0$) schwächt sie ab. Entscheidend ist, dass sich beide Anteile weitgehend gegenseitig aufheben. Für den rein geostrophischen Wind heben sie sich bei konstantem f sogar vollständig auf ($\nabla \cdot \vec{v}_g = 0$): Wo die Isohypsen enger zusammenrücken, wird die geostrophische Strömung zwar schneller, ihre Stromlinien laufen aber im gleichen Maß zusammen. Eine Beschleunigung der Strömung allein bedeutet deshalb noch keine Massenabfuhr. Einzeln erreichen beide Anteile typischerweise etwa 10^{-5} s^{-1}, ihre Summe im großräumigen Mittel nur etwa 10^{-6} s^{-1}.

Eine Netto-Divergenz entsteht erst durch den ageostrophischen Wind, also dort, wo die Strömung vom geostrophischen Gleichgewicht abweicht. Dafür gibt es zwei Hauptursachen:

- **Krümmung (Trogvorderseite):** Im Höhentrog ist der Wind wegen der zyklonalen Krümmung schwächer als der geostrophische Wind (subgeostrophisch), im Höhenrücken wegen der antizyklonalen Krümmung stärker (supergeostrophisch). Auf dem Weg vom Trog zum Rücken nimmt die Geschwindigkeit deshalb stärker zu, als es der Abstand der Isohypsen allein bewirken würde. Die Geschwindigkeitsdivergenz überwiegt, und es bleibt Divergenz übrig (vgl. Abschnitt 5.3).

- **Beschleunigung und Abbremsung (Jetstreak):** Beim Ein- und Ausströmen ist die Luft nicht im Gleichgewicht. Es entsteht ein ageostrophischer Querwind, der Divergenz im rechten Eingang und im linken Ausgang erzeugt (Abschnitt 5.2).

Abbildung 4 zeigt, wie aus der Höhendivergenz ein Druckfall am Boden wird. Die Divergenz verringert zunächst nur die Masse der Höhenschicht. Darunter steigt Luft auf (Kontinuitätsgleichung, Kapitel 3.3), und am Boden strömt Luft nach (Bodenkonvergenz). Masse und Druck der gesamten Luftsäule nehmen nur ab, wenn die Höhendivergenz die Bodenkonvergenz übertrifft (barometrische Tendenzgleichung, Kapitel 3.1). Dass sich Höhendivergenz und Bodenkonvergenz weitgehend gegenseitig ausgleichen, nennt man Dines-Kompensation. Über die Entwicklung des Tiefs entscheidet der kleine Rest, wie das folgende Zahlenbeispiel zeigt.

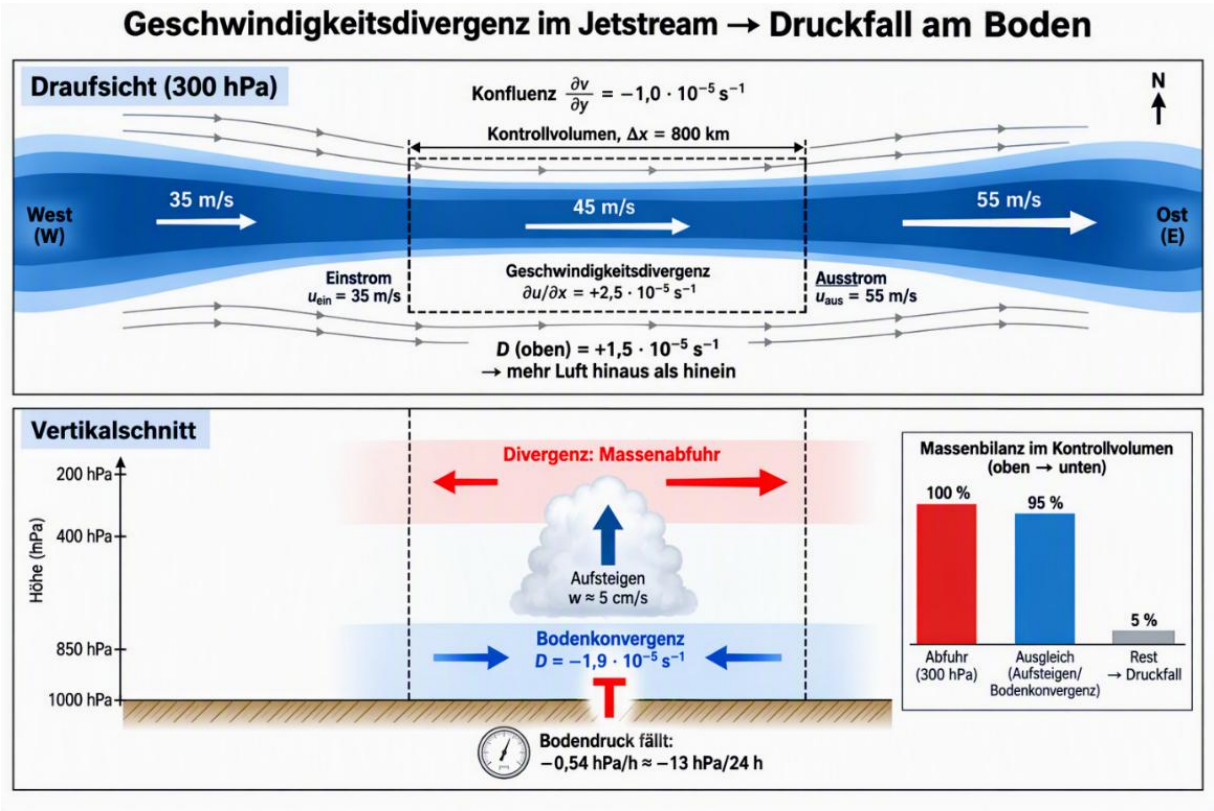
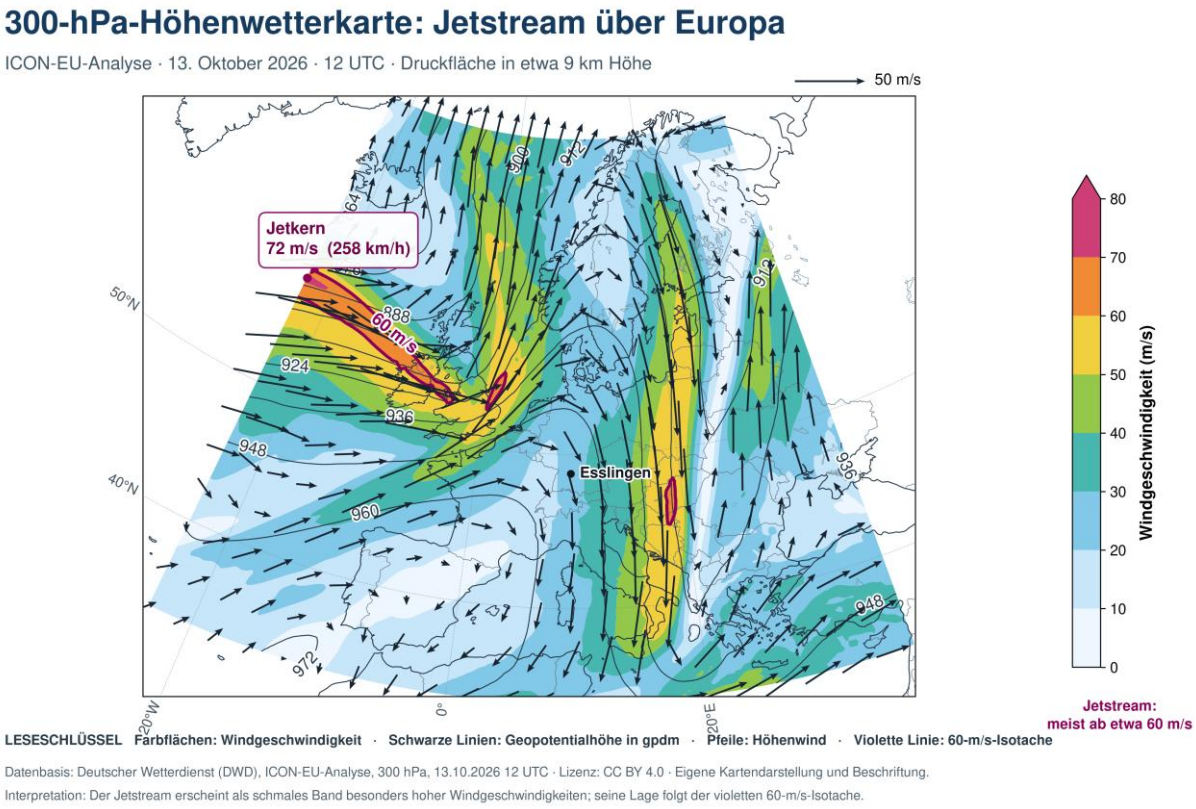


Abbildung 4: Geschwindigkeitsdivergenz im Jetstream – oben Draufsicht: Die Luft wird entlang des Jets von 35 auf 55 m/s beschleunigt, aus dem Kontrollvolumen strömt mehr Luft heraus als hinein; unten Vertikalschnitt: Massenabfuhr in der Höhe, Bodenkonvergenz, Aufsteigen und Druckfall am Boden (Werte aus dem Zahlenbeispiel in Abschnitt 3.2)

Geschwindigkeitsdivergenz im Jetstream und Druckfall am Boden



Gegeben:
Höhenschicht 400–200 hPa, Δp_{oben} = 200 hPa = 2 × 10⁴ Pa: Im Jetstream nimmt die Westwindkomponente auf Δx = 800 km = 8 × 10⁵ m von u_{ein} = 35 m/s auf u_{aus} = 55 m/s zu. Die Stromlinien laufen leicht zusammen (Konfluenz): ∂v/∂y = −1,0 × 10⁻⁵ s⁻¹.
Bodenschicht 1000–850 hPa, Δp_{unten} = 150 hPa = 1,5 × 10⁴ Pa: Konvergenz D_{unten} = −1,9 × 10⁻⁵ s⁻¹.
Luftdichte in 400 hPa ρ ≈ 0,6 kg/m³, g = 9,81 m/s²

a) Geschwindigkeitsdivergenz:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{U_{ein} - U_{aus}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{55 - 35\ m/s}{8 \cdot 10^5\ m} = +2{,}5 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$$

b) Gesamte Höhendivergenz:

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 2{,}5 \times 10^{-5} s^{-1} - 1{,}0 \times 10^{-5} s^{-1} = +1{,}5 \times 10^{-5} s^{-1}$$

(die Konfluenz gleicht 40 % der Geschwindigkeitsdivergenz aus; ein so geringer Ausgleich ist typisch für stark ageostrophische Bereiche wie Trogvorderseite und Jetstreak, im großräumigen Mittel heben sich beide Anteile weitgehender auf)

c) Massenabfuhr in der Höhe:

Masse der Höhenschicht pro Fläche:

$$\frac{m}{A} = \frac{\Delta p}{g} = \frac{2 \times 10^4 \mathrm{Pa}}{9{,}81 \frac{m}{s^2}} = 2039 \frac{kg}{m^2}$$

Abfuhr:

$$D \cdot \frac{m}{A} = 1{,}5 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 2039 \frac{kg}{m^2} = 3{,}06 \times \frac{10^{-2} kg}{m^2 \cdot s} \approx 110 \frac{kg}{m^2 pro} \mathrm{Stunde}$$

Ohne Ausgleich würde der Bodendruck fallen um: g · 3,06 × 10^{-2} kg/(m²·s) = 0,30 Pa/s = **10,8 hPa/h** (Einheiten: m/s² · kg/(m²·s) = kg/(m·s³) = Pa/s)

d) Ausgleich durch Bodenkonvergenz (barometrische Tendenzgleichung):

$$\frac{\partial ps}{\partial t} \approx -(D_H \cdot D_H + D_u \cdot D_u)$$

=

$$-(1{,}5 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 2 \times 10^4 \mathrm{Pa} - 1{,}9 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 1{,}5 \times 10^4 \mathrm{Pa})$$
$$= -\left(0{,}300 \frac{Pa}{s} - 0{,}285 \frac{Pa}{s}\right) = -0{,}015 \frac{Pa}{s}$$

$$= -0{,}015 \frac{Pa}{s} \cdot 3600 \frac{s}{h} = -54 \frac{Pa}{h} = -0{,}54 \frac{hPa}{h} \rightarrow \text{in 24 h} \approx -13 \text{ hPa}$$

e) Aufsteigen unter der Divergenzschicht:

Mit ω = 0 in 200 hPa folgt in 400 hPa

$$\omega = -D_H = -1{,}5 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 2 \times 10^4 \mathrm{Pa} = -0{,}30 \frac{Pa}{s} (\text{negatives } \omega = \text{Aufsteigen})$$

$$w = -\frac{\omega}{(\rho \cdot g)} = \frac{0{,}30 \frac{Pa}{s}}{\left(0{,}6 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}\right)} \approx 0{,}05 \frac{m}{s} = 5 \frac{cm}{s} \approx 180 \frac{m}{h}$$

Deutung: Die Geschwindigkeitsdivergenz allein ($2{,}5 \times 10^{-5}\ s^{-1} \cdot 2 \times 10^{4}$ Pa = 0,50 Pa/s) entspräche einem unrealistisch schnellen Druckfall von 18 hPa pro Stunde, nach Abzug der Konfluenz wären es noch 10,8 hPa pro Stunde. In der Atmosphäre wird diese Massenabfuhr zum größten Teil ausgeglichen: zunächst durch die Konfluenz in der Höhe und dann vor allem durch die Konvergenz in Bodennähe, die hier 95 % der Höhendivergenz ausgleicht (0,285 / 0,300; Dines-Kompensation). Erst der Rest von 5 % lässt den Bodendruck um rund 13 hPa pro Tag fallen, und ein Tief entsteht oder vertieft sich (vgl. Beispiele 5 und 19).

3.3 Kontinuitätsgleichung und Vertikalbewegung

Da Luft nicht verloren geht, muss horizontale Konvergenz durch vertikale Bewegung ausgeglichen werden. Die (inkompressible) Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -D \quad \Rightarrow \quad w(H) \approx -D \cdot H$$

w ist die Vertikalgeschwindigkeit in m/s und H die Schichtdicke in m. Bodenkonvergenz (D < 0) führt also zu Aufsteigen (w > 0) mit Abkühlung, Kondensation, Wolken und Niederschlag; Bodendivergenz (D > 0) zu Absinken mit Erwärmung und Wolkenauflösung.

3.4 Vorticity

Die relative Vorticity ζ (Wirbelstärke, Einheit s^{-1}) beschreibt die Drehung der Strömung; ζ > 0 bedeutet zyklonale Drehung (Tief), ζ < 0 antizyklonale Drehung (Hoch). Die vereinfachte Vorticitygleichung zeigt, dass Konvergenz die absolute Vorticity (ζ + f) verstärkt – ähnlich einer Eiskunstläuferin, die die Arme anzieht:

$$\frac{d(\zeta + f)}{dt} = -(\zeta + f) \cdot D$$

Bodenkonvergenz unter einem dynamischen Tief erzeugt somit zyklonale Rotation (gegen den Uhrzeigersinn auf der Nordhalbkugel), Divergenz unter einem dynamischen Hoch antizyklonale Rotation (im Uhrzeigersinn).

Abbildung 5 veranschaulicht diesen Vorgang. Strömt Luft am Boden zusammen, zieht sich ein gedachter Luftring zusammen. Da sein Drehimpuls erhalten bleibt, dreht er sich schneller. Unter einem Hoch läuft der Vorgang umgekehrt ab: Der Ring weitet sich, und es entsteht antizyklonale Drehung. Die eingetragenen Werte stammen aus Beispiel 7.

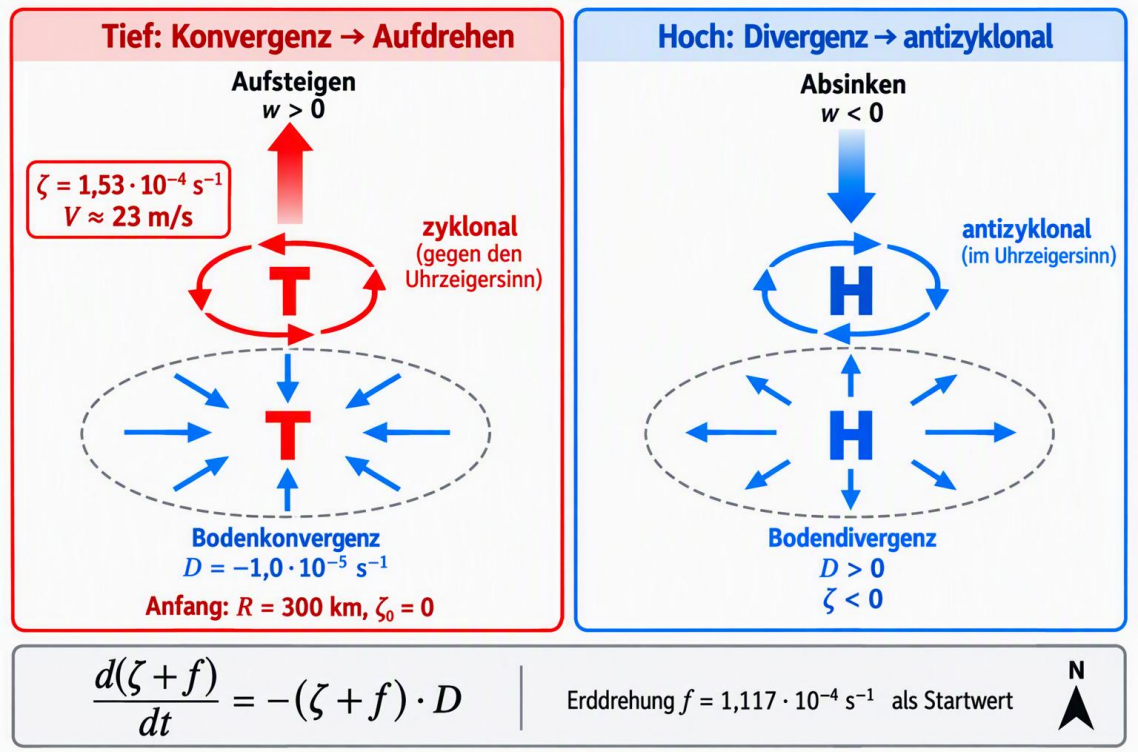


Abbildung 5: Vorticity – Bodenkonvergenz zieht die Luftsäule zusammen und lässt sie zyklonal aufdrehen (Tief, links); Bodendivergenz erzeugt antizyklonale Drehung (Hoch, rechts). Werte aus Beispiel 7

Erläuterung zu Abbildung 5:

Im linken Teil ruht der Luftring zunächst relativ zur Erdoberfläche ($\zeta_0 = 0$). Durch die Erddrehung besitzt er aber bereits die absolute Vorticity $\zeta + f = f = 1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1}$. Die Bodenkonvergenz von $D = -1{,}0 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ zieht den Ring zusammen; die verdrängte Luft weicht nach oben aus (Aufsteigen, Kapitel 3.3). Für den Luftring gilt $(\zeta + f) \cdot A$ = konstant. Schrumpft die Fläche A innerhalb von 24 h auf rund 42 %, steigt die absolute Vorticity auf das 2,37-Fache. So entstehen $\zeta = 1{,}53 \times 10^{-4}\ s^{-1}$ und Windgeschwindigkeiten um 23 m/s . Im rechten Teil läuft der Vorgang umgekehrt ab: Bodendivergenz weitet den Ring, $\zeta + f$ nimmt ab, ζ wird negativ, und die Luft dreht sich antizyklonal bei gleichzeitigem Absinken. Da $\zeta + f$ dabei positiv bleibt, ist die antizyklonale Vorticity auf Werte kleiner als f begrenzt. Das ist ein Grund, warum die Winde in Hochdruckgebieten meist schwächer sind als in Tiefs.

4 Beispiele

Für alle Beispiele gelten, sofern nicht anders angegeben: $\rho = 1{,}2\ kg/m^3$, $g = 9{,}81\ m/s^2$, $\Omega = 7{,}292 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ und eine geographische Breite von $\varphi = 50°$ N (Mitteleuropa, z. B. Süddeutschland: ca. 48,7° N).

Beispiel 1: Druckabnahme mit der Höhe

Gegeben: $\rho = 1{,}2\ kg/m^3$, $g = 9{,}81\ m/s^2$
Rechnung: $\partial p/\partial z = -\rho \cdot g = -1{,}2\ kg/m^3 \cdot 9{,}81\ m/s^2 = -11{,}77\ kg/(m^2 \cdot s^2) = -11{,}77\ Pa/m$
Ergebnis: In Bodennähe nimmt der Druck um 1 hPa (= 100 Pa) auf einer Höhe von 100 Pa / 11,77 Pa/m ≈ **8,5 m** ab. Ein Druckfall von 10 hPa am Boden bedeutet also, dass etwa so viel

Luftmasse fehlt, wie in einer 85 m dicken bodennahen Luftschicht enthalten ist (≈ 102 kg pro m²).

Beispiel 2: Druckgradientkraft, Coriolisparameter und geostrophischer Wind

Gegeben: Zwei Isobaren (1000 hPa und 1004 hPa) liegen Δn = 200 km = 2 × 10⁵ m auseinander, also Δp = 4 hPa = 400 Pa.

a) Druckgradientbeschleunigung:

b)

$$aP = \left(\frac{1}{\rho}\right) \cdot \frac{\Delta p}{\Delta n} = 400\ \mathrm{Pa}\left(1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 2 \cdot 10^5 \mathrm{m}\right) = 1{,}67 \cdot \frac{10^{-3}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

c)

Coriolisparameter bei 50° N:

$$f = 2 \cdot \Omega \cdot \sin\varphi = 2 \cdot 7{,}292 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot \sin 50\,°$$

$$= 2 \cdot 7{,}292 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot 0{,}766 = 1{,}117 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$$

c) Geostrophischer Wind:

$vg = aP / f = 1{,}67 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{ms}^2 / 1{,}117 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1} = 14{,}9\ \mathrm{ms} \approx 54\ \mathrm{km/h}$ (Windstärke 7 Bft)

Deutung: Ohne Corioliskraft würde die Luft innerhalb weniger Stunden in das Tief strömen und es auffüllen. Durch die Ablenkung weht sie fast parallel zu den Isobaren – deshalb können Tiefs mehrere Tage bestehen.

Beispiel 3: Rossby-Zahl

Gegeben: Windgeschwindigkeit U = 15 m/s, Ausdehnung des Tiefs L = 1000 km = 10⁶ m, f = 1,117 × 10⁻⁴ s⁻¹

Rechnung:

$$\mathrm{Ro} = \frac{U}{(f \cdot L)} = \frac{15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{(1{,}117 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}^{-1} \cdot 10^6\mathrm{m})} = 0{,}13$$

(dimensionslos)

Deutung: Ro ≪ 1 bedeutet, dass die Corioliskraft dominiert. Großräumige dynamische Druckgebilde sind daher nahezu geostrophisch. Bei kleinräumigen Wirbeln (z. B. Tornado, L ≈ 100 m, U ≈ 50 m/s) wäre Ro ≈ 4500 – dort spielt die Corioliskraft keine Rolle.

Beispiel 4: Höhendivergenz an der Trogvorderseite

Gegeben (300-hPa-Niveau): Die Westwindkomponente u nimmt auf Δx = 500 km von 40 m/s auf 50 m/s zu. Gleichzeitig ändert sich die Südkomponente v auf Δy = 500 km von 0 m/s auf −2,5 m/s (beschleunigte Strömung mit schwach konvergenter Querkomponente).
Rechnung:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{50 - 40\ \mathrm{m/s}}{(5 \times 10^5 \mathrm{m})} = 2{,}0 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{(-2{,}5 - 0)\mathrm{m/s}}{(5 \times 10^5 \mathrm{m})} = -0{,}5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$$

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 2{,}0 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} - 0{,}5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} = +1{,}5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$$

Deutung: D > 0 → Divergenz in der Höhe. Es wird Luft aus der Säule abgeführt; darunter kann sich ein Bodentief bilden bzw. vertiefen.

Beispiel 5: Bodendruckfall durch Netto-Divergenz (Zyklogenese)

Gegeben:
Höhenschicht 300–200 hPa: Divergenz D_{oben} = +1,5 × 10^{-5} s^{-1}, Δp_{oben} = 100 hPa = 10^4 Pa
Bodenschicht 1000–900 hPa: Konvergenz D_{unten} = −1,3 × 10^{-5} s^{-1}, Δp_{unten} = 10^4 Pa
Mittlere Schichten: D ≈ 0 (Niveau ohne Divergenz)
Rechnung:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} \approx -(D_{oben} \cdot \Delta_{oben} + D_{unten} \cdot D_{unten})$$

$$= -(1{,}5 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot 10^4\mathrm{Pa} - 1{,}3 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot 10^4\mathrm{Pa})$$

$$= -\left(0{,}15\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{s}} - 0{,}13\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{s}}\right) = -0{,}02\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{s}}$$

Umrechnung:

$$-0{,}02\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{s}} \cdot 3600\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} = -72\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{h}} = -0{,}72\frac{\mathrm{hPa}}{\mathrm{h}};\ \text{in 24 h: } -0{,}72\frac{\mathrm{hPa}}{\mathrm{h}} \cdot 24\ \mathrm{h} \approx -17\ \mathrm{hPa}$$

Deutung: Höhendivergenz und Bodenkonvergenz kompensieren sich zu rund 87 %; nur der kleine Überschuss der Höhendivergenz lässt den Druck fallen. Ein Bodentief von 1010 hPa würde sich in einem Tag auf etwa 993 hPa vertiefen. Zum Vergleich: Bei 50° N spricht man ab ca. 24 hPa · sin 50°/sin 60° ≈ 21 hPa in 24 h von einer „explosiven Zyklogenese“ (Bombogenese).

Beispiel 6: Aufsteigen durch Bodenkonvergenz

Gegeben: Bodenkonvergenz D = −1,3 × 10⁻⁵ s⁻¹ (aus Beispiel 5) in der Schicht 1000–900 hPa. Deren Dicke beträgt nach Beispiel 1 etwa H = 10⁴ Pa / 11,77 Pa/m ≈ 850 m.

Rechnung:

$$w(H) \approx -D \cdot H = -(-1{,}3 \times 10^{-5}\,s^{-1}) \cdot 850\,m = 1{,}1 \times \frac{10^{-2}\,m}{s} \approx 1{,}1\,\frac{cm}{s}$$

pro Stunde: $1{,}1 \times \frac{10^{-2}\,m}{s} \cdot 3600\,\frac{s}{h} \approx 40\,\frac{m}{h}$; pro Tag: $\approx 950\,\frac{m}{d}$

Deutung:

Die Hebung ist sehr langsam, aber großräumig. Bei trockenadiabatischer Abkühlung von ca. 0,98 K/100 m kühlt die gehobene Luft innerhalb eines Tages um rund 9 K ab – genug, um Kondensation, ausgedehnte Bewölkung und Niederschlag (Landregen) auszulösen. Unter einem dynamischen Hoch läuft der Vorgang umgekehrt ab: Absinken mit Erwärmung und Wolkenauflösung.

Beispiel 7: Aufbau zyklonaler Rotation (Vorticity)

Gegeben: Anfangs ruhende Luft ($\zeta_0 = 0$), f = 1,117 × 10⁻⁴ s⁻¹, Bodenkonvergenz D = −1,0 × 10⁻⁵ s⁻¹, Dauer t = 24 h = 86 400 s

Rechnung:

Die Lösung der Vorticitygleichung lautet $(\zeta + f) = f \cdot e^{-D \cdot t}$

Exponent: $-D \cdot t = 1{,}0 \times 10^{-5}\,s^{-1} \cdot 86\,400\,s = 0{,}864 \rightarrow e0{,}864 = 2{,}373$

$$\zeta + f = 1{,}117 \times 10^{-4}\,s^{-1} \cdot 2{,}373 = 2{,}651 \times 10^{-4}\,s^{-1}$$

$$\zeta = 2{,}651 \times 10^{-4}\,s^{-1} - 1{,}117 \times 10^{-4}\,s^{-1} = 1{,}53 \times 10^{-4}\,s^{-1}$$

Windgeschwindigkeit: Für einen Wirbel mit starrer Rotation gilt $\zeta = 2 \cdot V/R$. Bei einem Radius R = 300 km = 3 × 10⁵ m folgt

$$V = \zeta \cdot R \cdot 2 = 1{,}53 \cdot 10^{-4}\,s^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{5}\,m \cdot 2 \approx 23\,\frac{m}{s} \approx 83\,\frac{km}{h}$$

Deutung: Allein durch Konvergenz entsteht innerhalb eines Tages ein kräftiger zyklonaler Wirbel. In der Realität begrenzt die Bodenreibung diesen Wert, sodass die tatsächlichen Windgeschwindigkeiten geringer sind.

Beispiel 8: Druckanstieg im dynamischen Hoch (Antizyklogenese)

Gegeben: Trogrückseite, Höhenkonvergenz D_{oben} = −1,2 × 10⁻⁵ s⁻¹ (300–200 hPa), Bodendivergenz D_{unten} = +1,1 × 10⁻⁵ s⁻¹ (1000–900 hPa), jeweils Δp = 10⁴ Pa

Rechnung:

$$\frac{\partial ps}{\partial t} \approx -(-1{,}2 \cdot 10^{-5}s^{-1} \cdot 10^{4}Pa + 1{,}1 \cdot 10^{-5}s^{-1} \cdot 10^{4}Pa) = -\left(-0{,}12\frac{Pa}{s} + 0{,}11\frac{Pa}{s}\right)$$

$$= +0{,}01\frac{Pa}{s}$$

$$= +36\frac{Pa}{h} = +0{,}36\frac{hPa}{h} \rightarrow \text{in } 24\text{ h} \approx +8{,}6\text{ hPa}$$

Deutung: Der Druck steigt, z. B. von 1018 hPa auf rund 1027 hPa. Hochdruckgebiete entwickeln sich typischerweise langsamer als Tiefs, sind aber oft langlebiger (z. B. das dynamische Azorenhoch im subtropischen Hochdruckgürtel).

5 Tiefdruckentwicklung durch Baroklinität, Jetstreak und Höhendivergenz

Bis hierher stand die Massenbilanz im Mittelpunkt: Höhendivergenz entzieht einer Luftsäule Masse und lässt den Bodendruck sinken. Offen ist damit noch, weshalb diese Divergenz gerade in bestimmten Bereichen der Höhenströmung auftritt und warum sich ein einmal entstandenes Tief weiter verstärken kann. Drei Prozesse greifen ineinander: Der horizontale Temperaturgegensatz stellt die Energie bereit und prägt den Jetstream; Jetstreak und Trogvorderseite begünstigen die Massenabfuhr in der Höhe; Hebung, Warmluftadvektion und frei werdende latente Wärme wirken anschließend auf die Höhenströmung zurück.

5.1 Baroklinität

Von einer baroklinen Atmosphäre spricht man, wenn Flächen gleichen Drucks und gleicher Temperatur nicht parallel verlaufen, sondern einander schneiden. Auf einer Druckfläche besteht dann ein horizontaler Temperaturgradient. Eine ausgeprägte Baroklinzone findet sich in den mittleren Breiten an der Polarfront, wo polare Kaltluft und subtropische Warmluft aufeinandertreffen. Da kalte Luftsäulen dichter und deshalb weniger mächtig sind als warme, nimmt der horizontale Druckunterschied mit der Höhe zu. Entsprechend verstärkt sich auch der Westwind. Quantitativ beschreibt dies die Gleichung des thermischen Windes:

$$\Delta v_T = \left(g(f \cdot \bar{T})\right) \cdot \left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right) \cdot \Delta z$$

Δv_T ist die Windzunahme mit der Höhe in m/s, $\bar{T}$ die mittlere Temperatur der Schicht in K, $\Delta T/\Delta n$ der horizontale Temperaturgradient in K/m und Δz die Schichtdicke in m. Je stärker der Temperaturgegensatz, desto stärker der Jetstream. Eine solche Strömung ist **baroklin instabil**: Kleine Wellenstörungen wachsen an, indem warme Luft nach Norden aufsteigt und kalte Luft nach Süden absinkt. Dabei wird verfügbare potenzielle Energie in Bewegungsenergie des Tiefs umgewandelt. Die Anwachsrate σ der stärksten Störung schätzt das Eady-Modell ab:

$$\sigma = 0{,}31 \cdot f \cdot \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)}{N} \quad \text{und} \quad L_{max} \approx 3{,}9 \cdot N \cdot \frac{H}{f}$$

Dabei ist $\partial u/\partial z$ die vertikale Windscherung in s^{-1}, N die Brunt-Väisälä-Frequenz (Maß für die Stabilität der Schichtung) in s^{-1}, H die Höhe der Troposphäre in m und L_{max} die Wellenlänge

der am schnellsten wachsende Störung. Abbildung 6 zeigt, wie sich ein Bodentief in der Baroklinzone unter der Trogvorderseite bildet.

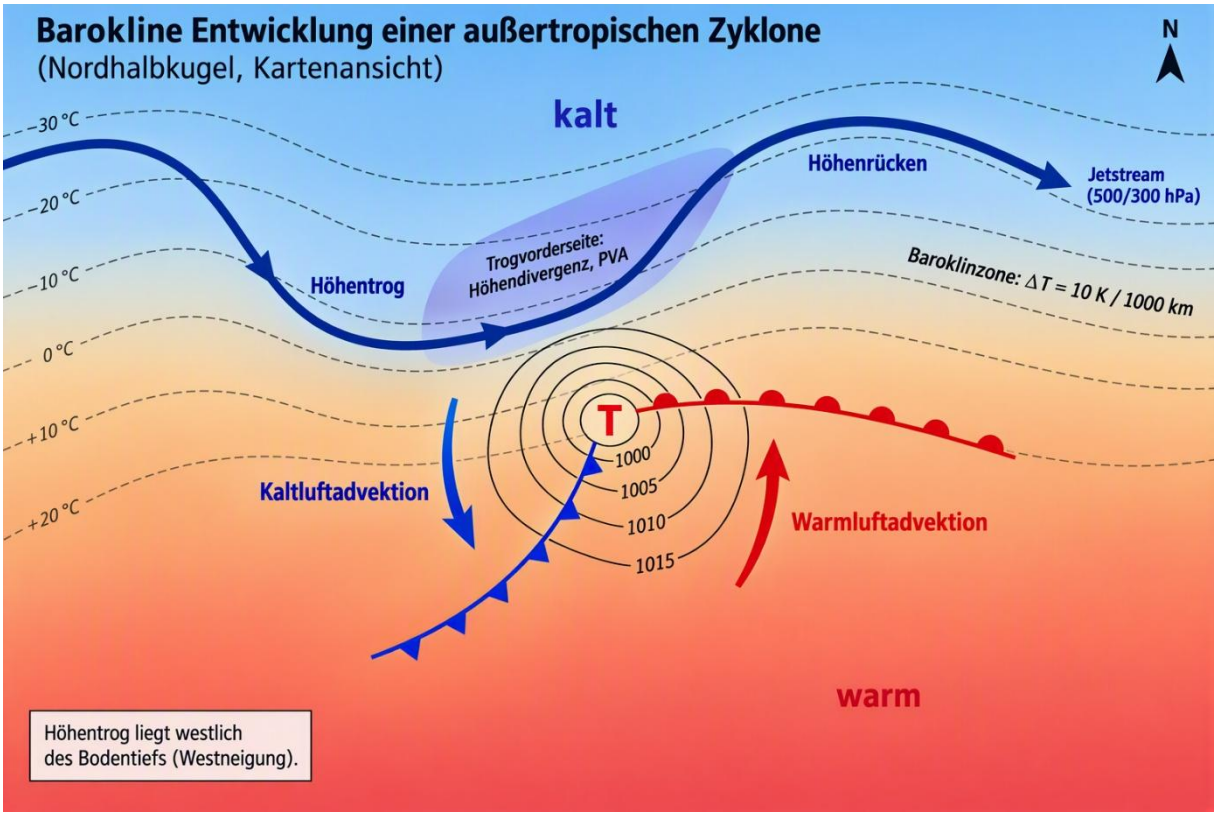
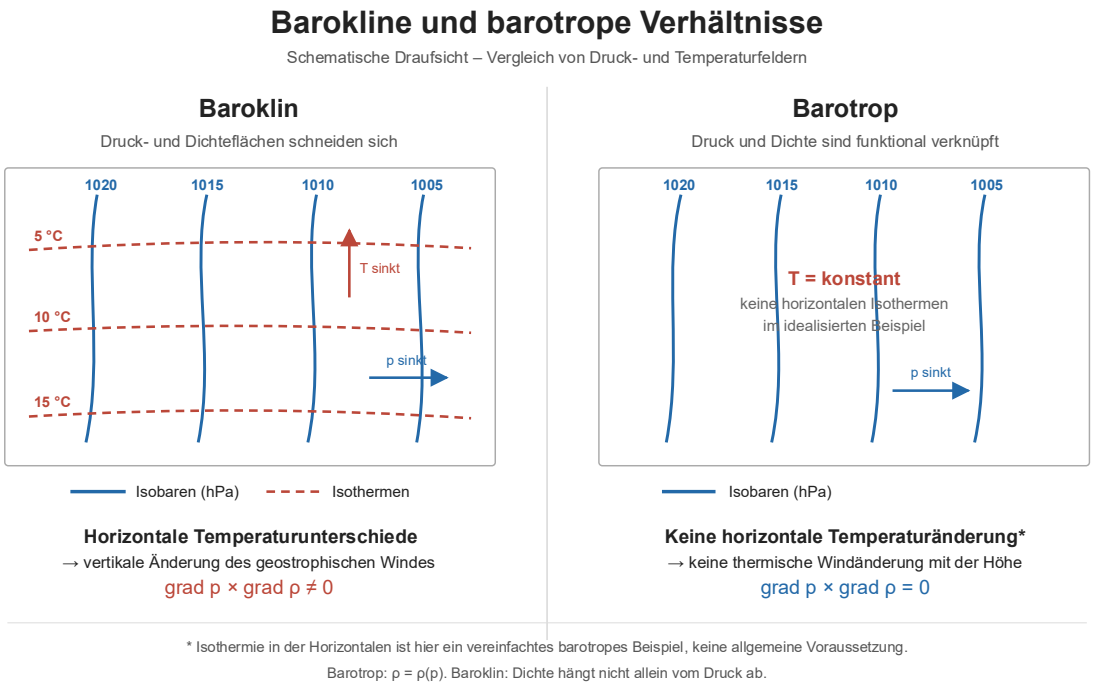


Abbildung 6: Baroklinzone – das Bodentief entsteht unter der Trogvorderseite; Warmluftadvektion östlich und Kaltluftadvektion westlich des Tiefs, der Höhentrog liegt westlich des Bodentiefs (Westneigung)



Herleitung der Gleichung des thermischen Windes

Die Gleichung folgt aus zwei bekannten Beziehungen: dem geostrophischen Wind (Kapitel 2.2) und der hydrostatischen Grundgleichung (Kapitel 2.1) zusammen mit der Gasgleichung $p = \rho \cdot R_L \cdot T$. Die horizontale Koordinate n steht senkrecht auf den Isothermen und zeigt zur warmen Luft. Voraussetzungen: geostrophisches Gleichgewicht in allen Höhen (Ro ≪ 1, vgl. Beispiel 3), hydrostatisches Gleichgewicht und ideales Gas.

Schritt 1 – Geostrophischer Wind auf einer Druckfläche:

Auf einer Fläche konstanten Drucks (z. B. 500 hPa) zeigt sich der Druckgradient als Neigung dieser Fläche, ausgedrückt durch ihre Höhe Z (Geopotential). Nach der hydrostatischen Gleichung gilt $\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta Z$, also $(1/\rho) \cdot \Delta p/\Delta n = g \cdot \Delta Z/\Delta n$. Eingesetzt in $v_g = (1/(\rho \cdot f)) \cdot \Delta p/\Delta n$ folgt:

$$vg = (g / f) \cdot \partial Z / \partial n \qquad \text{Einheiten: } (m/s^2) / s^{-1} \cdot m/m = m/s$$

Schritt 2 – Differenz zwischen zwei Druckflächen: Der thermische Wind ist definiert als Differenz der geostrophischen Winde an der oberen Druckfläche p_2 und der unteren Druckfläche p_1. Da f und g in beiden Niveaus gleich sind, hängt er nur von der horizontalen Änderung der Schichtdicke $\Delta z = Z_2 - Z_1$ ab (Schichtdickenform, verwendet in Beispiel 10):

$$vT = vg(p_2) - vg(p_1) = \left(\frac{g}{f}\right) \cdot \frac{\partial(Z_2 - Z_1)}{\partial n} = \left(\frac{g}{f}\right) \cdot \frac{\partial(\Delta z)}{\partial n}$$

$$vT = vg(500\,\text{hPa}) - vg(1000\,\text{hPa}) = 20{,}1\frac{m}{s} - 2{,}3\frac{m}{s} = 17{,}8\frac{m}{s}$$

$$= \left(\frac{9{,}81\frac{m}{s^2}}{1{,}117 \cdot 10^{-4} s^{-1}}\right) \cdot \frac{(5475\,m - 5171\,m)}{(1{,}5 \cdot 10^6 m)}$$

$$= 8{,}7\frac{m}{s} \cdot \frac{304}{1{,}5 \cdot 10^6 m} = 8{,}7\frac{m}{s} \cdot 2{,}03 \cdot 10^{-4} = 17{,}8\frac{m}{s}$$

Beispiel zur Schichtdickenform :

Zwei Orte liegen $\Delta n = 1500$ km $= 1{,}5 \times 10^6$ m auseinander; n zeigt zur warmen Luft (Süden). $f = 1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, $g = 9{,}81$ m/s², also $g/f = 8{,}78 \times 10^4$ m/s.
Höhe der 1000-hPa-Fläche: $Z_1 = 100$ m im Norden, 140 m im Süden → $\Delta Z_1 = 40$ m
Höhe der 500-hPa-Fläche: $Z_2 = 5271$ m im Norden, 5615 m im Süden → $\Delta Z_2 = 344$ m
Schichtdicke $\Delta z = Z_2 - Z_1$: 5171 m im Norden (kalt, $\bar{T} = 255$ K), 5475 m im Süden (warm, $\bar{T} = 270$ K) → $\Delta(\Delta z) = 304$ m

Geostrophische Winde:

$$vg\,(1000\,\text{hPa}) = 8{,}78 \times \frac{10^4 m}{s} \cdot \frac{40\,m}{1{,}5 \times 10^6 m} 1{,}5 \times 10^6 m = 2{,}3\frac{m}{s}$$

$$\mathrm{vg}(500\ \mathrm{hPa}) = 8{,}78 \times \frac{10^4\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 344\ \mathrm{m}\,\frac{344\ \mathrm{m}}{1{,}5 \times 10^6\mathrm{m}} = 20{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Deutung: Die Differenz der beiden geostrophischen Winde (20,1 m/s − 2,3 m/s) ist genau so groß wie der Wert, der sich direkt aus der Änderung der Schichtdicke ergibt (17,8 m/s). Der thermische Wind hängt also nur davon ab, wie stark die Schichtdicke horizontal zunimmt, nicht von den absoluten Höhen der Druckflächen. Weil die warme Luftsäule im Süden 304 m dicker ist, steigt die 500-hPa-Fläche nach Süden deutlich stärker an als die 1000-hPa-Fläche, und der Westwind nimmt mit der Höhe zu.

Schritt 3 – Schichtdicke aus der Temperatur (hypsometrische Gleichung): Mit $\rho = p / (R_L \cdot T)$ wird aus der hydrostatischen Gleichung $dZ = -(R_L \cdot T / g) \cdot dp/p$. Die Integration von p_1 bis p_2 mit der mittleren Schichttemperatur $\bar{T}$ ergibt:

$$\Delta z = \left(\mathrm{RL} \cdot \frac{\bar{\mathrm{T}}}{\mathrm{g}}\right) \cdot \ln\left(\frac{\mathrm{p_1}}{\mathrm{p_2}}\right)$$

Einheiten: (J/(kg·K) · K) / (m/s²) = (m²/s²) / (m/s²) = m

Schritt 4 – Einsetzen (Druckform): Auf den Druckflächen sind p_1 und p_2 konstant; horizontal ändert sich nur $\bar{T}$. Warme Luftsäulen sind daher dicker als kalte. Einsetzen von Schritt 3 in Schritt 2 liefert:

$$\mathrm{vT} = \left(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{f}}\right) \cdot \left(\mathrm{R}\frac{\mathrm{RL}}{\mathrm{g}}\right) \cdot \ln\left(\frac{\mathrm{p_1}}{\mathrm{p_2}}\right) \cdot \frac{\partial \bar{\mathrm{T}}}{\partial \mathrm{n}} = \left(\frac{\mathrm{RL}}{\mathrm{f}}\right) \cdot \ln\left(\frac{\mathrm{p_1}}{\mathrm{p_2}}\right) \cdot \frac{\partial \bar{\mathrm{T}}}{\partial \mathrm{n}}$$

$$v\mathrm{T} = \left(\frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}{1{,}117 \cdot 10^{-4}\mathrm{s^{-1}}}\right) \cdot \left(\frac{287\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}\right) \cdot \ln\left(\frac{850\ \mathrm{hpa}}{300\ \mathrm{hpa}}\right) \cdot \frac{(255\ \mathrm{K} - 243\ \mathrm{K})}{(8{,}0 \cdot 10^5\mathrm{m})}$$

$$= 87\,825\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 29{,}256\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}0415 \cdot 1{,}5 \cdot \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}} = 40{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$= \left(\frac{287\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}}{1{,}117 \cdot 10^{-4}\mathrm{s^{-1}}}\right) \cdot 1{,}0415 \cdot 1{,}5 \cdot \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}} =$$

$$2{,}569 \cdot \frac{10^6\mathrm{m^2}}{\mathrm{s \cdot K}} \cdot 1{,}0415 \cdot 1{,}5 \cdot \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}} = 40{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Schritt 5 – Umrechnung auf Höhenkoordinaten: Nach Schritt 3 gilt $\ln(p_1/p_2) = g \cdot \Delta z / (R_L \cdot \bar{T})$. Damit kürzt sich R_L heraus, und es entsteht die oben verwendete Gleichung:

$$\Delta vT = \left(\frac{RL}{f}\right) \cdot \left(\frac{g \cdot \Delta z}{(RL \cdot \bar{T})}\right) \cdot \frac{\Delta T}{\Delta n} = \left(\frac{g}{(f \cdot \bar{T})}\right) \cdot \left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right) \cdot \Delta z$$

Ergebnis und Deutung:

Der thermische Wind verläuft parallel zu den Isothermen der Schichtmitteltemperatur; auf der Nordhalbkugel liegt die kalte Luft links von seiner Richtung. Seine Stärke wächst mit dem horizontalen Temperaturgradienten und der betrachteten Schichtdicke, nimmt bei größerem f jedoch ab. Befindet sich die Kaltluft nördlich der Warmluft, ergibt sich ein westlicher thermischer Wind. Damit lässt sich erklären, warum die Weströmung der mittleren Breiten bis in die Nähe der Tropopause zunimmt und dort im Jetstream ihr Maximum erreicht. Die verwendete Höhenform ist eine Näherung, weil auch Δz geringfügig von $\bar{T}$ abhängt. Bei horizontalen Temperaturunterschieden von nur wenigen Prozent bleibt der dadurch entstehende Fehler klein.

Abbildung 7 fasst das Ergebnis grafisch zusammen. Links ist ein Nord-Süd-Schnitt dargestellt: Die warme Luftsäule ist dicker als die kalte, deshalb neigen sich die Druckflächen nach Norden umso stärker, je höher sie liegen, und der Westwind nimmt mit der Höhe zu (Werte aus den Beispielen 9 und 10). Rechts ist zu sehen, wie sich Bodenwind und thermischer Wind zum Höhenwind addieren .

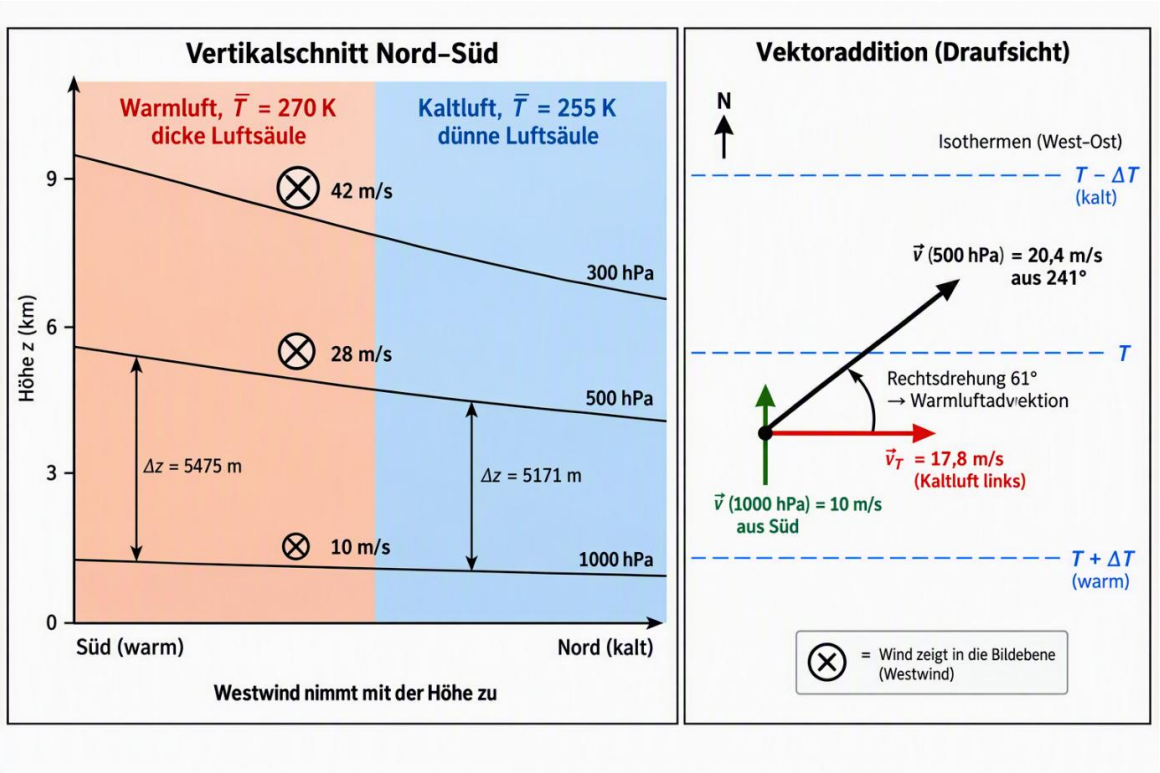


Abbildung 7: Thermischer Wind – links Nord-Süd-Schnitt mit Schichtdicken (1000–500 hPa), nach Norden geneigten Druckflächen und mit der Höhe zunehmendem Westwind; rechts Vektoraddition $\vec{v}$(500 hPa) = $\vec{v}$(1000 hPa) + $\vec{v}_T$ mit Rechtsdrehung (Warmluftadvektion)

$$\Delta z = 9000\ \mathrm{m}, \bar{T} = 250\ \mathrm{K}, \frac{\Delta T}{\Delta n} = 1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}}, \qquad f = 1{,}117 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$$

$$\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{g \cdot \Delta z}{(RL \cdot \bar{T})} = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{9000\ \mathrm{m}}{\left(287\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} \cdot 250\ \mathrm{K}\right)} = \frac{88\,290\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{71\,750\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}$$

$$= 1{,}2305\ (\text{dimensionslos})$$

$$\frac{p_1}{p_2} = e1{,}2305 = 3{,}423 \rightarrow \text{bei } p_1 = 1000\ \mathrm{hPa} \text{ ist } p_2 = 1000\ \mathrm{hPa}\frac{1000\ \mathrm{hpa}}{3{,}423} \approx 292\ \mathrm{hPa}$$

$$vT = \frac{287\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}}{1{,}117 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}} \cdot 1{,}2305 \cdot 1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}}$$

$$= 2{,}569 \times \frac{10^6\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{K}} \cdot 1{,}2305 \cdot 1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}} = 31{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Beispiel 9: Vom Temperaturgegensatz zum Jetstream (thermischer Wind)

Gegeben: Temperaturgegensatz ΔT = 10 K auf Δn = 1000 km = 10^6 m, mittlere Temperatur der Troposphäre $\bar{T}$ = 250 K, Schichtdicke Δz = 9000 m (Boden bis ca. 300 hPa), f = 1,117 × 10^{-4} s^{-1}, Bodenwind 10 m/s

Rechnung:

$$\frac{g}{(f \cdot \bar{T})} = \frac{9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{(1{,}117 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1} \cdot 250\ \mathrm{K})} = 351{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{K}}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} = \frac{10\ \mathrm{K}}{10^6\mathrm{m}} = 1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}}$$

$$\Delta vT = 351{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{K}} \cdot 1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}} \cdot 9000\ \mathrm{m} = 31{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Wind in 300 hPa: v = 10 m/s + 31,6 m/s ≈ 42 m/s ≈ 150 km/h

Deutung:

Allein der Temperaturgegensatz von 10 K erzeugt einen Jetstream. Verdoppelt sich der Gegensatz an einer Front auf 20 K/1000 km, verdoppelt sich auch die Windzunahme auf 63 m/s – so entstehen Jetstreaks mit 70 m/s und mehr.

Beispiel 10: Thermischer Wind aus Schichtdicken (1000–500 hPa)

Der thermische Wind lässt sich auch über die Schichtdicke (relative Topografie) berechnen. Warme Luftsäulen sind dicker als kalte; der Unterschied der Schichtdicken Δh über die Strecke Δn bestimmt den thermischen Wind:

$$\Delta z = \left(RL \cdot \frac{\bar{T}}{g}\right) \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

und

$$vT = \left(\frac{g}{f}\right) \cdot \frac{\Delta h}{\Delta n}$$

Gegeben: Schicht 1000–500 hPa, im Norden $\bar{T}_N$ = 255 K, im Süden $\bar{T}_S$ = 270 K, Abstand Δn = 1500 km = 1,5 × 10⁶ m, R_L = 287 J/(kg·K), g = 9,81 m/s², f = 1,117 × 10⁻⁴ s⁻¹

a) Schichtdicken:

$$\frac{RL}{g} \cdot \ln\left(\frac{1000}{500}\right) = \frac{287\,\frac{J}{kg \cdot K}}{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot\ 0{,}69315} = 29{,}256\,\frac{m}{K} \cdot\ 0{,}69315 = 20{,}279\,\frac{m}{K}$$

b) Δz_N = 20,279 m/K · 255 K = 5171 m
Δz_S = 20,279 m/K · 270 K = 5475 m
Δh = 5475 m − 5171 m = 304 m

b) Thermischer Wind:

$$vT = \left(\frac{g}{f}\right) \cdot \frac{\Delta h}{\Delta n} = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1}} \cdot\ 304\,m\,\frac{304\ m}{1{,}5 \times 10^6 m}$$

= 87 825 m/s · 2,03 × 10⁻⁴ = 17,8 m/s ≈ 64 km/h

Deutung: Zwischen 1000 und 500 hPa nimmt der Westwind um knapp 18 m/s zu. Auf Wetterkarten der relativen Topografie (Schichtdicke) gilt: Je enger die Linien gleicher Schichtdicke liegen, desto stärker sind Baroklinität und thermischer Wind.

Beispiel 11: Jetstream im Winter und im Sommer

Gegeben: Mittlere Temperaturdifferenz der Troposphäre zwischen 30° N und 60° N (idealisierte Annahme): im Winter ΔT_W = 40 K, im Sommer ΔT_S = 20 K. Abstand: 30 Breitengrade · 111,2 km pro Grad = 3336 km ≈ 3,34 × 10⁶ m. Mittlere Breite 45° N, $\bar{T}$ = 250 K, Δz = 9000 m.

a) Coriolisparameter bei 45° N:

$$f = 2 \cdot 7{,}292 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot \sin 45° = 2 \cdot 7{,}292 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1} \cdot 0{,}7071 = 1{,}031 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$$

$$\frac{g}{(f \cdot \bar{T})} = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{(1{,}031 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1} \cdot 250\ \mathrm{K})} = 380{,}6\,\frac{m}{s \cdot K}$$

Winter:

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} = \frac{40\ \mathrm{K}}{3{,}34 \times 10^{6}\mathrm{m}} = 1{,}198 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{m}$$

$$\Delta vT = 380{,}6\,\frac{m}{s \cdot K} \cdot 1{,}198 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{m} \cdot 9000\ \mathrm{m} = 41{,}0\,\frac{m}{s} \approx 148\,\frac{km}{h}$$

Sommer:

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} = 20\ \mathrm{K}\,\frac{20\ \mathrm{K}}{3{,}34 \times 10^{6}\mathrm{m}} = 0{,}599 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{m}$$

$$\Delta vT = 380{,}6\,\frac{m}{s \cdot K} \cdot 0{,}599 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{m} \cdot 9000\ \mathrm{m} = 20{,}5\,\frac{m}{s} \approx 74\,\frac{km}{h}$$

Deutung: Im Winter ist der Temperaturgegensatz zwischen Polargebiet und Subtropen doppelt so groß, und damit ist auch der thermische Wind doppelt so stark. Die Werte sind Mittelwerte über rund 3300 km. Im Jetstream-Kern ist der Gegensatz auf eine schmale Frontalzone konzentriert (vgl. Beispiel 13), deshalb werden dort höhere Geschwindigkeiten erreicht. Nach dem Eady-Modell (Beispiel 14) wächst die Anwachsrate σ proportional zur Windscherung. Deshalb sind Sturmtiefs über dem Nordatlantik im Winterhalbjahr häufiger und kräftiger als im Sommer.

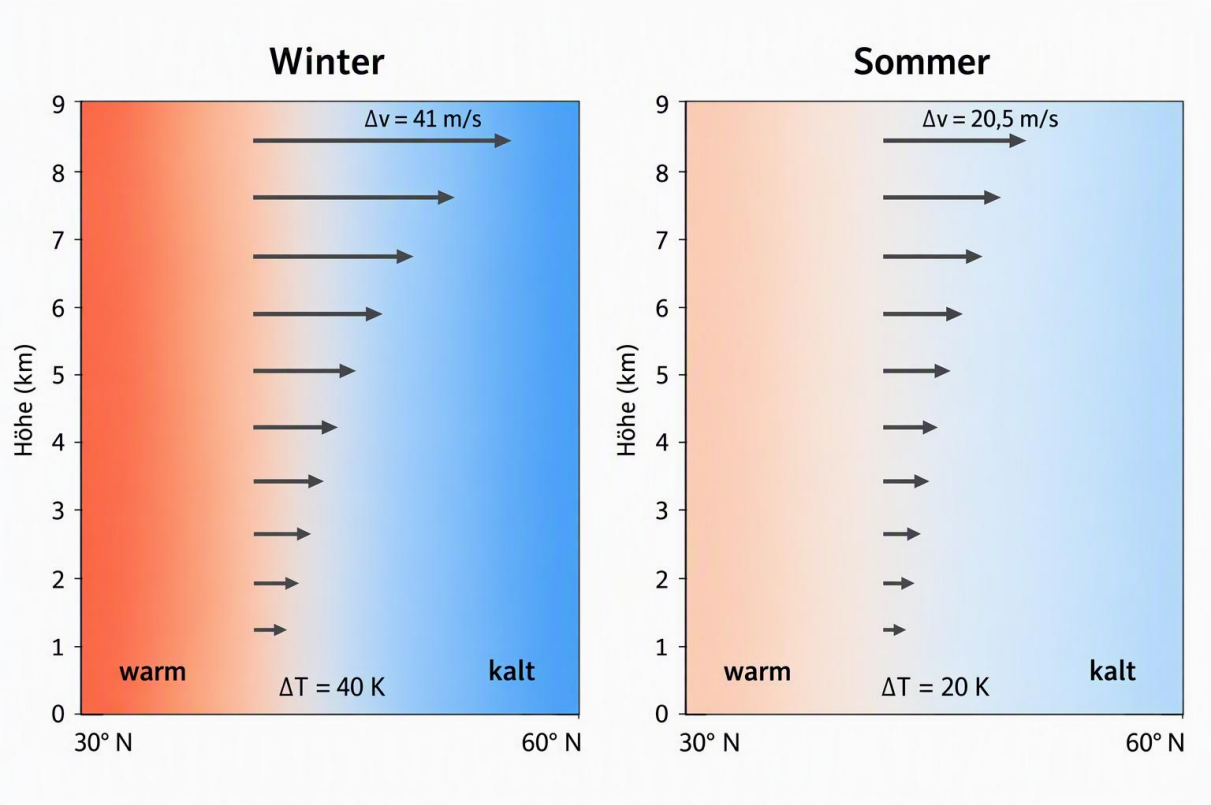


Abbildung 7a: Jetstream im Winter und im Sommer – Nord-Süd-Schnitt zwischen 30° N und 60° N; der doppelt so große Temperaturgegensatz im Winter (ΔT = 40 K statt 20 K) verdoppelt die Windzunahme mit der Höhe ($\Delta v_T \approx 41$ m/s statt 20,5 m/s). Werte aus Beispiel 11

Beispiel 12: Winddrehung mit der Höhe und Warmluftadvektion

Der Wind in der Höhe ist die Vektorsumme aus Bodenwind und thermischem Wind: $\vec{v}(oben) = \vec{v}(unten) + \vec{v}_T$. Der thermische Wind weht parallel zu den Isothermen, mit der kalten Luft links (Nordhalbkugel). Dreht der Wind mit der Höhe nach rechts (im Uhrzeigersinn), wird Warmluft herangeführt; dreht er nach links, wird Kaltluft herangeführt. Die Temperaturadvektion beträgt $A_T = -v \cdot \partial T/\partial y$.

Gegeben: Östlich eines Bodentiefs (Warmsektor, vgl. Abbildung 6) weht in 1000 hPa ein Südwind mit u = 0 m/s, v = 10 m/s. Der thermische Wind der Schicht 1000–500 hPa aus Beispiel 10 ist ein Westwind mit u_T = 17,8 m/s. Horizontaler Temperaturgradient $\partial T/\partial y = -1{,}0 \times 10^{-5}$ K/m (Temperatur nimmt nach Norden ab; derselbe Gradient wie in Beispiel 10).

a) Wind in 500 hPa (Vektoraddition):

$$u = 0\frac{m}{s} + 17{,}8\frac{m}{s} = 17{,}8\frac{m}{s};\ v = 10\frac{m}{s} + 0\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(17{,}8\frac{m}{s}\right)^2 + \left(10\frac{m}{s}\right)^2} = \sqrt{416{,}8\frac{m^2}{s^2}} = 20{,}4\frac{m}{s}$$

Strömungsrichtung:

$$\arctan\left(\frac{10}{17{,}8}\right) = 29{,}3°$$

nördlich von Ost → Wind aus 241° (WSW)

b) Winddrehung: Vom Boden (Wind aus 180°, Süd) bis 500 hPa (aus 241°) dreht der Wind um 61° nach rechts (Rechtsdrehung) → Warmluftadvektion.

c)Warmluftadvektion: Da die Südkomponente v in der ganzen Schicht 10 m/s beträgt, gilt der Wert für die gesamte Schicht 1000–500 hPa:

$$\mathrm{AT} = -\mathrm{v} \cdot \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{y}} = -10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \left(-1{,}0 \times \frac{10^{-5}\mathrm{K}}{\mathrm{m}}\right) = +1{,}0 \times \frac{10^{-4}\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$

$$= 1{,}0 \times \frac{10^{-4}\mathrm{K}}{\mathrm{s}} \cdot 3600\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} = 0{,}36\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{h}} \rightarrow \text{in 24 h} \approx +8{,}6\ \mathrm{K}$$

Deutung: Die Rechtsdrehung des Windes mit der Höhe zeigt Warmluftadvektion an, wie sie auf der Vorderseite eines sich entwickelnden Tiefs auftritt. Die Erwärmung hebt die Höhenflächen an und verstärkt den Höhenrücken stromab – genau die Rückkopplung, die in Abschnitt 5.4 (Beispiel 18) beschrieben wird. Auf der Rückseite des Tiefs dreht der Wind dagegen nach links (Kaltluftadvektion), und der Höhentrog vertieft sich.

Warmluftadvektion und Warm Conveyor Belt: Die in Beispiel 12 berechnete Warmluftzufuhr findet in einem schmalen Band statt, dem **Warm Conveyor Belt** (WCB, „warmes Förderband“). Er beginnt bodennah im Warmsektor vor der Kaltfront, strömt nach Norden und gleitet auf die flach geneigte Warmfrontfläche auf. In der Höhe biegt er nach rechts (Osten) in den Höhenrücken ab. Weil die Warmluft schon in großer Höhe weit vor der Bodenwarmfront ankommt, ist die Bewölkung der Front **vorauseilend**: Zuerst erscheint Cirrus, dann folgen Cirrostratus, Altostratus und schließlich Nimbostratus mit Landregen. Abbildung 8 zeigt beides.

Zahlenabschätzung zum Aufgleiten: Neigung der Warmfrontfläche s = 1:150, Geschwindigkeit der Warmluft relativ zur Front v_{rel} = 15 m/s

$$\mathrm{w} = \mathrm{vrel} \cdot \mathrm{s} = \frac{15\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{150} = 0{,}10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}} \approx 360\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$$

Zeit für den Aufstieg auf 7 km:

$$t = \frac{7000\ \mathrm{m}}{0{,}10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 70\,000\ \mathrm{s} \approx 19\ \mathrm{h}$$

dabei legt die Luft relativ zur Front 7000 m · 150 = 1 050 000 m ≈ 1050 km zurück.

Deutung:

Das Aufgleiten ist etwa zehnmal schneller als die großräumige Hebung durch Bodenkonvergenz (Beispiel 6). Deshalb fallen vor der Warmfront ausgedehnte Niederschläge. Die freiwerdende latente Wärme verstärkt den Höhenrücken (Beispiel 18), und die erste Cirrus Bewölkung kündigt die Front bis zu rund 1000 km im Voraus an.

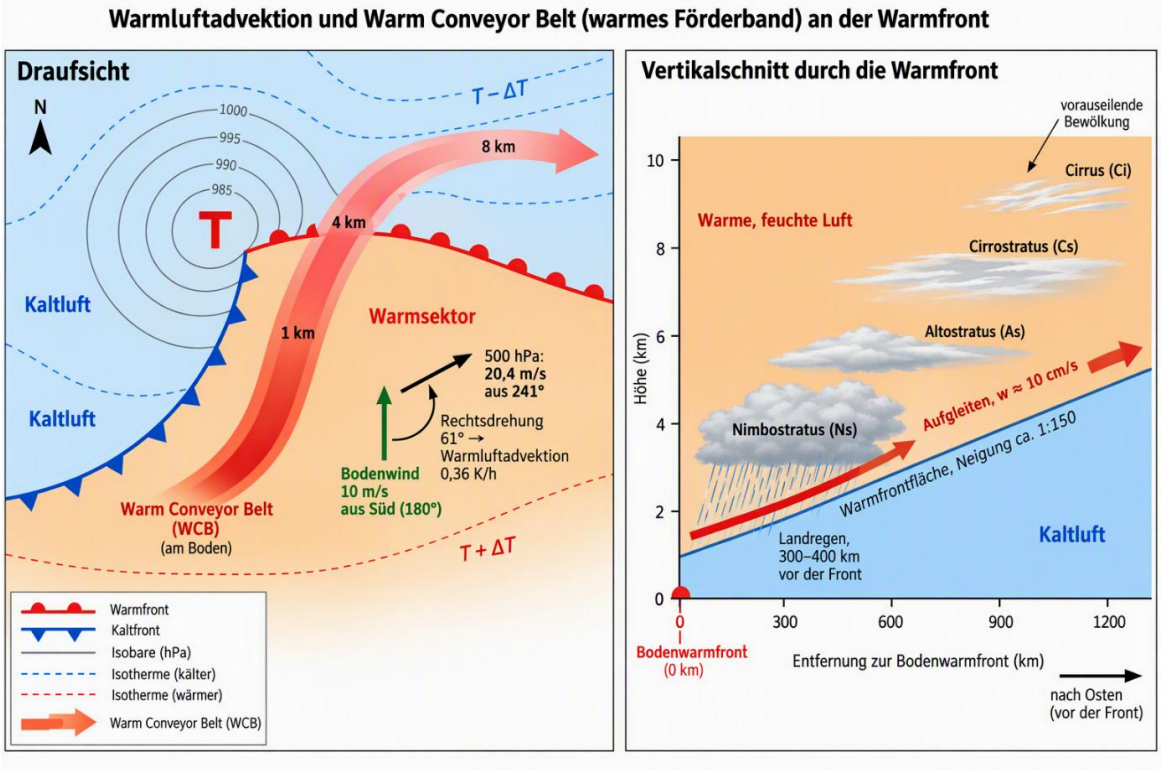


Abbildung 8: Warmluftadvektion und Warm Conveyor Belt – links Draufsicht mit Warmsektor, Fronten, Förderband und Rechtsdrehung des Windes mit der Höhe (Werte aus Beispiel 12); rechts Vertikalschnitt durch die Warmfront mit Aufgleiten (Neigung ca. 1:150) und vorauseilender Bewölkung (Ci, Cs, As, Ns)

Beispiel 13: Rückrechnung des Temperaturgradienten aus einer Radiosondenmessung

Gegeben: Eine Radiosonde misst Westwind von 15 m/s in 850 hPa (z ≈ 1500 m) und 60 m/s in 300 hPa (z ≈ 9200 m). Mittlere Schichttemperatur $\bar{T}$ = 255 K, f = 1,117 × 10^{-4} s^{-1}.
Rechnung: Die Gleichung des thermischen Windes wird nach dem Temperaturgradienten aufgelöst:

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} = \Delta v_T \cdot f \cdot \frac{\bar{T}}{(g \cdot \Delta z)}$$

$$\Delta vT = 60\frac{m}{s} - 15\frac{m}{s} = 45\frac{m}{s};\ \Delta z = 9200\ m - 1500\ m = 7700\ m$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} = 45\frac{m}{s} \cdot 1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1} \cdot \frac{255\ K}{\left(9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 7700\ m\right)}$$

$$= \frac{1{,}282\ m\frac{K}{s^2}}{75\,537\frac{m^2}{s^2}}$$

= 1,70 × 10⁻⁵ K/m = 17 K pro 1000 km

Deutung: Aus der gemessenen Windscherung allein lässt sich ein Temperaturgegensatz von etwa 17 K auf 1000 km ablesen – fast doppelt so viel wie in Beispiel 9. Eine solche ausgeprägte Frontalzone (Polarfront) ist besonders baroklin instabil und damit ein bevorzugtes Gebiet für die Entstehung neuer Tiefs.

Beispiel 14: Wie schnell wächst eine barokline Störung? (Eady-Modell)

Gegeben: Windscherung aus Beispiel 9: ∂u/∂z = 31,6 m/s / 9000 m = 3,51 × 10⁻³ s⁻¹, Stabilität N = 1,0 × 10⁻² s⁻¹, H = 9000 m, f = 1,117 × 10⁻⁴ s⁻¹

a) Anwachsrate:

$$\sigma = 0{,}31 \cdot 1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1} \cdot 3{,}51 \times \frac{10^{-3} s^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-2} s^{-1}} = 1{,}22 \times 10^{-5} s^{-1}$$

e-Faltungszeit:

$$\tau = \frac{1}{\sigma} = 1\frac{1}{1{,}22 \times 10^{-5} s^{-1}} \approx 82\,000\ s \approx 23\ h$$

Verstärkung in 2 Tagen: $e^{\sigma \cdot t} = e^{1{,}22 \times 10^{-5}\ s^{-1} \cdot 172\,800\ s} = e^{2{,}10} \approx$ 8-fache Verstärkung

b) **Bevorzugte Wellenlänge:**

c)

$$N \cdot \frac{H}{f} = 1{,}0 \times 10^{-2} s^{-1} \cdot \frac{9000\ m}{1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1}} \approx 8{,}06 \times 10^{5} m = 806\ km$$

d) Rossby-Deformationsradius

$$L_{max} \approx 3{,}9 \cdot 806\ km \approx 3100\ km$$

Deutung: Eine kleine Wellenstörung in der Baroklinzone verstärkt sich etwa alle 23 Stunden um den Faktor e ≈ 2,7 und innerhalb von zwei Tagen um rund das Achtfache. Die bevorzugte Wellenlänge von rund 3000 km erklärt, warum Tiefs der mittleren Breiten typischerweise 1000 bis 2000 km Durchmesser haben (etwa halbe Wellenlänge) und im Abstand von 1 bis 3 Tagen aufeinander folgen.

Zweischichtenmodell der baroklinen Instabilität: Das einfachste Modell, das die barokline Instabilität erklärt, teilt die Troposphäre in zwei Schichten: eine obere Schicht (Niveau 1, ca. 250 hPa) mit dem Westwind U_1 und eine untere Schicht (Niveau 3, ca. 750 hPa) mit dem schwächeren Westwind U_3. Die Vertikalbewegung wird in der Mitte bei 500 hPa berechnet. Die Windscherung $U_1 - U_3$ ist nach dem thermischen Wind ein Maß für den Temperaturgegensatz zwischen den beiden Schichten. Abbildung 9 zeigt die entscheidenden Merkmale einer wachsenden Störung:

- **Westneigung:** Die Welle der oberen Schicht ist gegenüber der unteren um etwa eine Viertelwellenlänge nach Westen versetzt. Dadurch liegt die Trogvorderseite der oberen Welle mit ihrer Höhendivergenz über dem unteren Trog. Das Bodentief vertieft sich, statt sich aufzufüllen.

- **Vertikalzirkulation:** Östlich des unteren Trogs strömt Warmluft nach Norden und steigt auf, westlich davon strömt Kaltluft nach Süden und sinkt ab. Der Schwerpunkt der Luftmasse sinkt; dabei wird verfügbare potenzielle Energie in Bewegungsenergie der Störung umgewandelt.

- **Keil der Instabilität:** Die Flächen gleicher potenzieller Temperatur (Isentropen) steigen in der Baroklinzone nach Norden an. Energie wird nur frei, wenn sich die Luftpakete auf Bahnen bewegen, die flacher geneigt sind als die Isentropen, aber nicht waagerecht verlaufen. Dann ist die aufsteigende Luft wärmer als ihre Umgebung, die absinkende kälter.

- **Bedingung für Wachstum:** Die Störung wächst nur, wenn die Scherung $U_1 - U_3$ ausreichend groß ist und die Wellenlänge im richtigen Bereich liegt. Kurze Wellen werden durch die stabile Schichtung gedämpft, sehr lange Wellen durch die Änderung von f mit der geographischen Breite (β-Effekt). Am schnellsten wachsen Wellen von einigen tausend Kilometern Länge – in Übereinstimmung mit dem Eady-Modell (Beispiel 14: $L_{max} \approx 3100$ km, e-Faltungszeit ≈ 23 h).

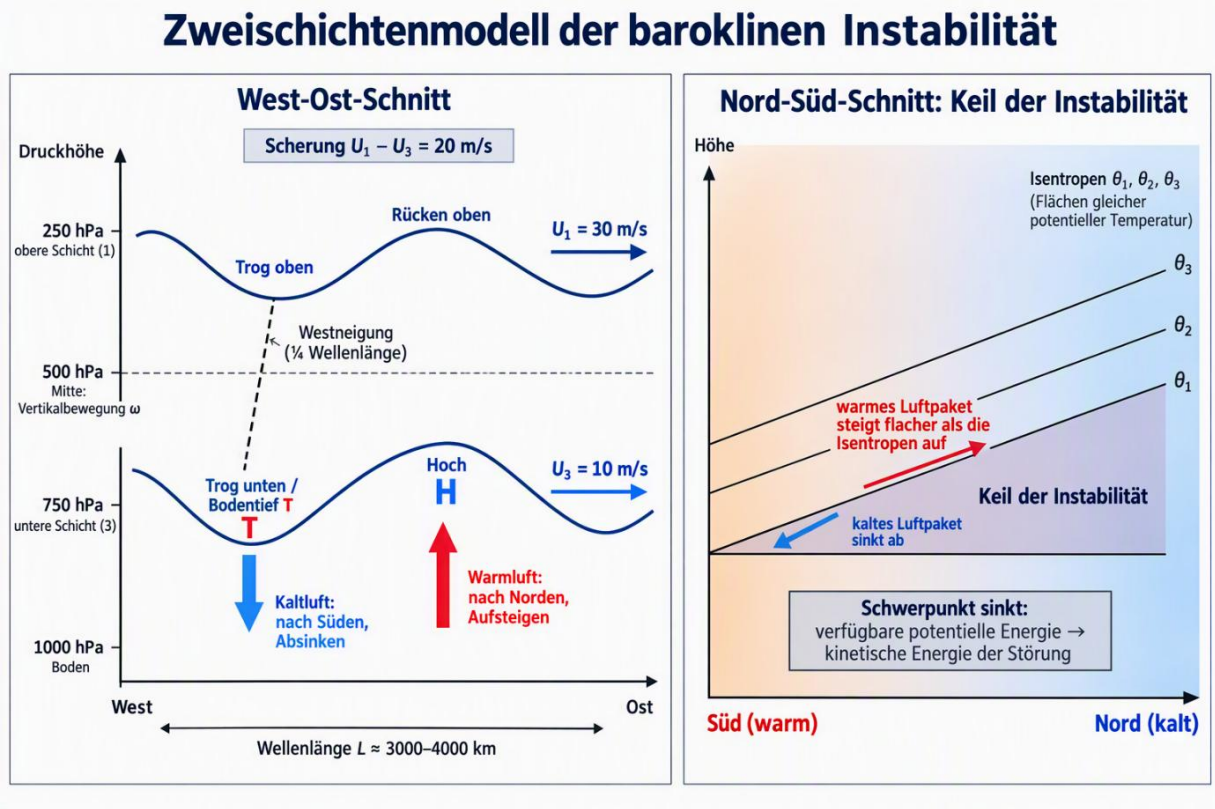


Abbildung 9: Zweischichtenmodell der baroklinen Instabilität – links West-Ost-Schnitt mit oberer(250 hPa) und unterer Schicht (750 hPa), Westneigung der Welle, Aufsteigen der Warmluft und Absinken der Kaltluft; rechts Nord-Süd-Schnitt mit nach Norden ansteigenden Isentropen und dem Keil der Instabilität

Gleichungen der baroklinen Instabilität im Zweischichtenmodell

Das Zweischichtenmodell nach Phillips (Abbildung 9) liefert eine geschlossene Gleichung dafür, ob und wie schnell eine Wellenstörung wächst. Zwei Größen bestimmen das Ergebnis: der **Rossby-Parameter** λ, der Coriolisparameter, Stabilität und Höhenabstand der beiden Schichten zusammenfasst (λ^{-1} ist der Rossby-Deformationsradius), und der **thermische Wind** U_T, also die halbe Windscherung zwischen oberer und unterer Schicht:

$$\lambda = f / (N \cdot \Delta z) \quad \text{und} \quad U_T = (U_1 - U_3) / 2$$

Für eine Welle mit der Wellenzahl $k = 2\pi/L$ ergibt das Modell ohne β-Effekt (f-Ebene) die **Anwachsrate** σ. Die Welle wächst nur, wenn der Ausdruck unter der Wurzel positiv ist, also für $k < \sqrt{2} \cdot \lambda$. Wellen, die kürzer als $L_{min} = 2\pi / (\sqrt{2} \cdot \lambda)$ sind, bleiben stabil:

$$\sigma(k) = k \cdot UT \cdot \sqrt{\left[\frac{(2\lambda^2 - k^2)}{(2\lambda^2 + k^2)}\right]} \text{ für } k < \sqrt{2} \cdot \lambda$$

Setzt man die Ableitung $d\sigma/dk$ gleich null, erhält man die Wellenzahl der am schnellsten wachsende Störung ($k_{max}^2 = (\sqrt{2} - 1) \cdot 2\lambda^2$) und ihre maximale Anwachsrate:

$$kmax \approx 0{,}91 \cdot \lambda \Rightarrow Lmax = 2\pi / kmax$$

$$\sigma\,\max \approx\ 0{,}59\ \cdot\ \mathrm{UT}\ \cdot\ \lambda\ =\ 0{,}29\ \cdot\ \mathrm{f}\ \cdot \frac{(\mathrm{U_1}\ -\ \mathrm{U_3})}{(\mathrm{N}\ \cdot\ \Delta \mathrm{z})}$$

Die rechte Form zeigt: σ_{max} ist proportional zur vertikalen Windscherung $(U_1 - U_3)/\Delta z$ und damit nach dem thermischen Wind zum Temperaturgegensatz. Sie entspricht fast genau dem Eady-Modell (Faktor 0,29 statt 0,31). Berücksichtigt man zusätzlich die Änderung von f mit der Breite (β-Effekt), werden auch sehr lange Wellen stabilisiert. Instabilität ist dann nur möglich, wenn die Windscherung einen **kritischen Wert** überschreitet:

$$U_1 - U_3 > \beta / \lambda^2 \quad \text{mit} \quad \beta = 2 \cdot \Omega \cdot \cos \varphi / a$$

Größen und Einheiten:

Größe	Bedeutung	Einheit
U_1, U_3	Westwind in der oberen (250 hPa) bzw. unteren Schicht (750 hPa)	m/s
U_T	thermischer Wind (halbe Windscherung)	m/s
f	Coriolisparameter	s^{-1}
N	Brunt-Väisälä-Frequenz (Stabilität)	s^{-1}
Δz	Höhenabstand der Niveaus 1 und 3	m
λ	Rossby-Parameter (λ^{-1} = Deformationsradius)	m^{-1}
k, L	Wellenzahl (k = 2π/L) bzw. Wellenlänge	m^{-1} bzw. m
σ	Anwachsrate der Störung	s^{-1}
β	Änderung von f mit der Breite	$m^{-1}\ s^{-1}$
Ω, φ, a	Winkelgeschwindigkeit der Erde, geographische Breite, Erdradius	s^{-1}, °, m

Einheiten: *λ: $s^{-1} / (s^{-1} \cdot m) = m^{-1}$ · σ: $m^{-1} \cdot m/s = s^{-1}$ · β/λ^2: $(m^{-1}\ s^{-1}) / m^{-2} = m/s$*

Beispiel 15: Barokline Instabilität im Zweischichtenmodell

Gegeben: Westwind U_1 = 30 m/s in 250 hPa und U_3 = 10 m/s in 750 hPa (wie in Abbildung 9), Höhenabstand der beiden Niveaus Δz = 8000 m (ca. 2,5 km bis 10,5 km), Stabilität N = $1{,}0 \times 10^{-2}\ s^{-1}$, Breite φ = 50° N, f = $1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, Ω = $7{,}292 \times 10^{-5}\ s^{-1}$, Erdradius a = $6{,}371 \times 10^{6}$ m

a) Rossby-Parameter und Deformationsradius:

$$\lambda\ =\ \frac{\mathrm{f}}{(\mathrm{N}\ \cdot\ \Delta \mathrm{z})} = \frac{1{,}117\ \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-1}}{(1{,}0\ \times\ 10^{-2} \mathrm{s}^{-1} \cdot\ 8000\ \mathrm{m})} =\ 1{,}40\ \times\ 10^{-6} \mathrm{m}^{-1}$$

$$\lambda^{-1} =\ 1 \frac{1}{1{,}40\ \times\ 10^{-6} \mathrm{m}^{-1}} \approx\ 716\ \mathrm{km};\ \lambda^2 =\ 1{,}95\ \times\ 10^{-12} \mathrm{m}^{-2}$$

b) Ist die Strömung instabil? (kritische Scherung mit β-Effekt)

$$\beta = 2 \cdot 7{,}292 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot \frac{\cos 50°}{6{,}371 \times 10^{6} m}$$

$$2 \cdot 7{,}292 \times 10^{-5} \mathrm{s}^{-1} \cdot \frac{0{,}6428}{6{,}371 \times 10^{6} \mathrm{m}} = 1{,}47 \times 10^{-11} \mathrm{m}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$$

$$(\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_3)\mathrm{krit} = \frac{\beta}{\lambda^2} = \frac{1{,}47 \times 10^{-11} \mathrm{m}^{-1}\mathrm{s}^{-1}}{1{,}95 \times 10^{-12} \mathrm{m}^{-2}} 1 = 7{,}5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Vorhanden: $U_1 - U_3$ = 30 m/s − 10 m/s = 20 m/s > 7,5 m/s → **baroklin instabil** (Scherung rund 2,7-mal so groß wie der kritische Wert)

c) Maximale Anwachsrate:
U_T = (30 m/s − 10 m/s) / 2 = 10 m/s
$\sigma_{max} = 0{,}586 \cdot U_T \cdot \lambda = 0{,}586 \cdot 10\ \mathrm{m/s} \cdot 1{,}40 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}} = 8{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}$
e-Faltungszeit: $\tau = 1/\sigma_{max} = 1 / 8{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}} \approx 1{,}22 \times 10^{5}$ s ≈ 34 h
Verstärkung in 2 Tagen: $e^{\sigma \cdot t} = e^{8{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}} \cdot 172\,800\ \mathrm{s}} = e^{1{,}41} \approx 4{,}1$

d) Bevorzugte und kürzeste instabile Wellenlänge:
$k_{max} = 0{,}910 \cdot 1{,}40 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}} = 1{,}27 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}}$ → $L_{max} = 2\pi / 1{,}27 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^{-1}} \approx 4900$ km

$$\mathrm{Lmin} = \frac{2\pi}{\left(\sqrt{2} \cdot 1{,}40 \times 10^{-6} \mathrm{m}^{-1}\right)} = \frac{2\pi}{1{,}97 \times 10^{-6} \mathrm{m}^{-1}} \approx 3200\ \mathrm{km}$$

(kürzere Wellen bleiben stabil)

e) **Vergleich mit dem Eady-Modell bei gleicher Scherung:**

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{z}} = \frac{\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_3}{\Delta \mathrm{z}} = \frac{20 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{8000\ \mathrm{m}} = 2{,}5 \times 10^{-3} \mathrm{s}^{-1}$$

Zweischichtenmodell:

$$\sigma\mathrm{max} = 0{,}29 \cdot 1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1} \cdot \frac{2{,}5 \times 10^{-3} s^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-2} s^{-1}} = 8{,}2 \times 10^{-6} \boldsymbol{s^{-1}}$$

Eady-Modell:

$$\sigma = 0{,}31 \cdot 1{,}117 \times 10^{-4} s^{-1} \cdot \frac{2{,}5 \times 10^{-3} s^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-2} s^{-1}} = 1{,}0 \times 10^{-2} s^{-1}$$

Deutung: Die Windscherung von 20 m/s liegt deutlich über dem kritischen Wert von 7,5 m/s. Die Strömung ist daher baroklin instabil, und eine Welle von rund 5000 km Länge verstärkt sich innerhalb von zwei Tagen etwa um das Vierfache. Bei gleicher Scherung liefern Zweischichten- und Eady-Modell fast dieselbe Anwachsrate (Unterschied ca. 6 %). Dass Beispiel 14 mit 23 h eine kürzere e-Faltungszeit ergibt, liegt an der dort größeren Scherung (3,51 × 10^{-3} s^{-1} statt 2,5 × 10^{-3} s^{-1}). Die bevorzugte Wellenlänge fällt im Zweischichtenmodell wegen der groben vertikalen Auflösung etwas größer aus als im Eady-Modell (3100 km); beobachtete Wellen der mittleren Breiten liegen zwischen diesen Werten. Im Winter ist die Scherung etwa doppelt so groß (Beispiel 11), die Anwachsrate verdoppelt sich, und Tiefs entwickeln sich entsprechend schneller.

5.2 Der Jetstreak – Höhendivergenz im Vier-Quadranten-Modell

Ein Jetstreak ist ein Windmaximum innerhalb der Jetstreams, typischerweise 1000 bis 2000 km lang. Luft, die in den Jetstreak hineinströmt (Eingang), wird beschleunigt; Luft, die ihn verlässt (Ausgang), wird abgebremst. Bei Beschleunigung oder Abbremsung ist das geostrophische Gleichgewicht gestört. Es entsteht eine ageostrophische Windkomponente quer zum Jet:

$$\mathrm{vag} = \left(\frac{1}{\mathrm{f}}\right) \cdot \frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dt}} = \left(\frac{1}{\mathrm{f}}\right) \cdot \mathrm{u} \cdot \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}$$

$$\mathrm{vag} = \left(1 \frac{1}{1{,}117 \cdot 10^{-4} \mathrm{s}^{-1}}\right) \cdot 45 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\left(60 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 30 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{(1{,}2 \cdot 10^{6} \mathrm{m})}$$

$$= 8953\,\mathrm{s} \cdot 45 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5} \mathrm{s}^{-1} = 8953\,\mathrm{s} \cdot 1{,}125 \cdot \frac{10^{-3} \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = +10{,}1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Eingang eines Jetstreaks: Wind nimmt auf Δx = 1200 km von 30 auf 60 m/s zu, mittlere Geschwindigkeit u = 45 m/s, f bei 50° N. Positives v_{ag} = Querwind nach Norden zur kalten Seite. Einheiten: s · m/s · s^{-1} = s · m/s^2 = m/s)

- Eingang (Beschleunigung, du/dt > 0): Die ageostrophische Strömung zeigt nach links, also zur kalten Seite (Norden). Luft wird vom rechten Eingang abgezogen (Divergenz) und im linken Eingang angehäuft (Konvergenz).
- Ausgang (Abbremsung, du/dt < 0): Die ageostrophische Strömung zeigt nach rechts, also zur warmen Seite (Süden). Luft wird vom linken Ausgang abgezogen (Divergenz) und im rechten Ausgang angehäuft (Konvergenz).
- Folge: Unter dem linken Ausgang und dem rechten Eingang steigt Luft auf, und der Bodendruck fällt – hier bilden und verstärken sich Tiefs. Unter dem linken Eingang und dem rechten Ausgang sinkt Luft ab (Hochdrucktendenz). Abbildung 10 zeigt das Modell.

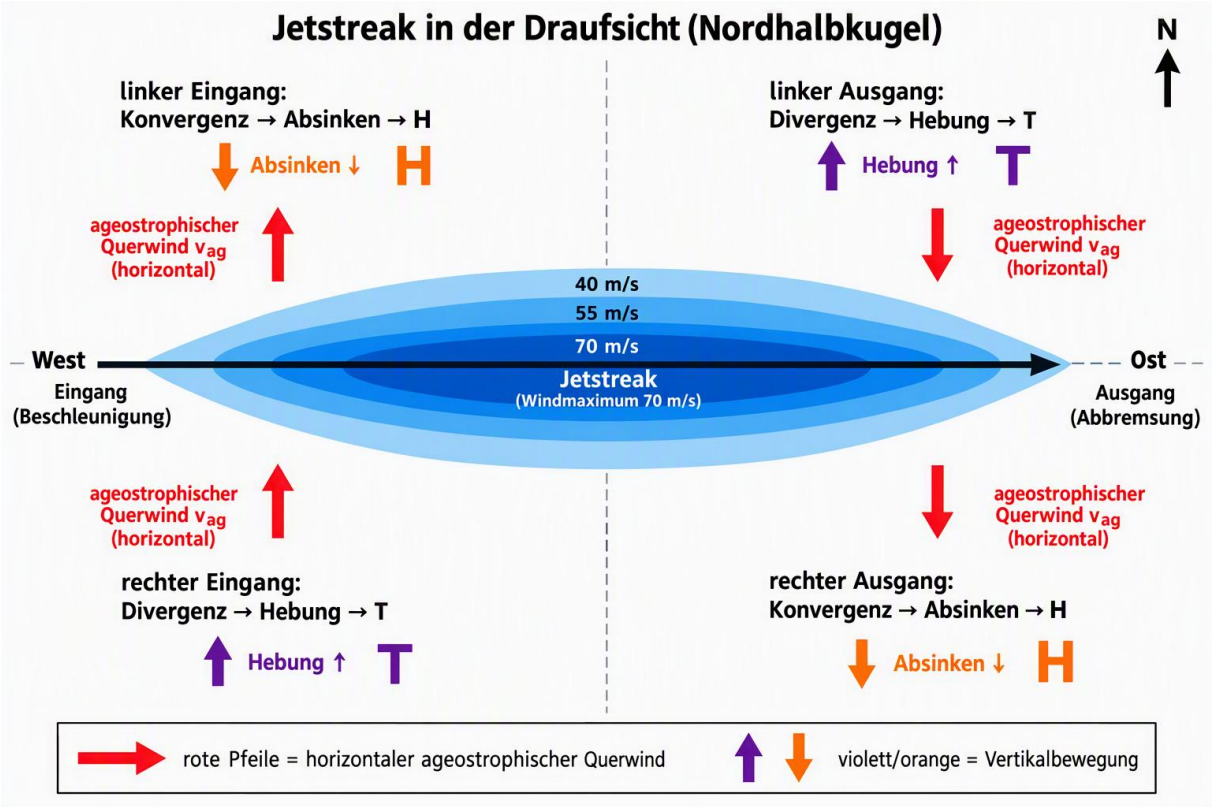


Abbildung 10: Vier-Quadranten-Modell eines Jetstreaks (Nordhalbkugel) – ageostrophische Windvektoren, Divergenz im rechten Eingang und linken Ausgang (Tiefentwicklung), Konvergenz im linken Eingang und rechten Ausgang

Beispiel 16: Ageostrophischer Wind, Divergenz und Hebung am Jetstreak

Gegeben (300 hPa): Im Ausgang eines Jetstreaks nimmt der Wind auf $\Delta x = 1000$ km $= 10^6$ m von 70 m/s auf 40 m/s ab; mittlere Geschwindigkeit u = 55 m/s. Die ageostrophische Strömung klingt quer zum Jet auf $\Delta y = 500$ km $= 5 \times 10^5$ m auf null ab. $f = 1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, Divergenzschicht 400–300 hPa, $\Delta p = 100$ hPa $= 10^4$ Pa, Luftdichte in 400 hPa $\rho \approx 0{,}6$ kg/m³.

a) Abbremsung:

$$\frac{du}{dt} = u \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} = 55\frac{m}{s} \cdot \frac{\left(-30\frac{m}{s}\right)}{10^6 m} = -1{,}65 \cdot \frac{10^{-3} m}{s^2}$$

b) Ageostrophischer Wind:

$$v_{ag} = (1/f) \cdot du/dt = -1{,}65 \cdot 10^{-3}\ m/s^2 \,/\, 1{,}117 \cdot 10^{-4}\ s^{-1} = -14{,}8\ m/s$$

(nach Süden, zur warmen Seite)

c) Divergenz im linken Ausgang: Nördlich der Jetachse ist $v_{ag} = 0$, an der Achse −14,8 m/s. Nach Norden gerechnet:

$$D \approx \Delta v/\Delta y = \left(0 - (-14{,}8 m/s)\right)/5 \times 10^5 m = +2{,}96 \times 10^{-5} s^{-1} \rightarrow$$ Divergenz

d) Hebung unter der Divergenzschicht:

$\omega = -D \cdot \Delta p = -2{,}96 \times 10^{-5}\ s^{-1} \cdot 10^{4}\ Pa = -0{,}30\ Pa/s$ (negatives ω = Aufsteigen)

$$w = -\frac{\omega}{(\rho \cdot g)} = \frac{0{,}30\,\frac{Pa}{s}}{\left(0{,}6\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\right)} \approx 5\,\frac{cm}{s} \approx 180\,\frac{m}{h}$$

Deutung: Die Divergenz im linken Ausgang ist etwa doppelt so groß wie in Beispiel 4. Unter diesem Quadranten wird Luft aus der Säule „abgesaugt“, die Luft darunter steigt verstärkt auf, und der Bodendruck fällt. Im rechten Eingang gilt dasselbe mit umgekehrtem Vorzeichen von v_{ag} (nach Norden).

5.3 Höhendivergenz an der Trogvorderseite – Vorticity-Advektion

Im Höhentrog dreht die Strömung zyklonal (ζ > 0), im Höhenrücken antizyklonal (ζ < 0). Die Höhenluft strömt schneller als die Welle wandert. Auf dem Weg vom Trog zum Rücken muss ein Luftpaket daher seine Vorticity verringern. Nach der Vorticitygleichung (Kapitel 3.4) gelingt das nur durch **Divergenz**. Auf der Trogvorderseite wird positive Vorticity herantransportiert (**positive Vorticity-Advektion, PVA**):

$$\mathrm{PVA} = -u \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} > 0 \quad \text{und} \quad D = -\left(\frac{1}{\zeta + f}\right) \cdot \frac{d\zeta}{dt}$$

Krümmung der Isohypsen und Vorticity: In der Höhe weht der Wind nahezu parallel zu den Isohypsen (Höhenlinien der Druckfläche; sie entsprechen den Isobaren im Bodenniveau). Biegt die Strömung um einen Trog oder Rücken, dreht sich die Luft dabei mit. In natürlichen Koordinaten (s entlang der Strömung, n senkrecht nach links) setzt sich die relative Vorticity aus einem Krümmungs- und einem Scherungsanteil zusammen: $\zeta = V/R - \partial V/\partial n$. Dabei ist V die Windgeschwindigkeit in m/s und R der Krümmungsradius der Stromlinie in m, positiv bei zyklonaler Krümmung (Trog), negativ bei antizyklonaler Krümmung (Rücken). Für V = 30 m/s ergibt sich im Trog mit R = 300 km $\zeta = 30\ m/s / 3 \times 10^{5}\ m = +1{,}0 \times 10^{-4}\ s^{-1}$ und im Rücken mit R = −600 km $\zeta = 30\ m/s / (-6 \times 10^{5}\ m) = -0{,}5 \times 10^{-4}\ s^{-1}$ (Scherung vernachlässigt; Einheiten: (m/s) / m = s^{-1}). Das sind die Werte aus Beispiel 17. Je enger die Krümmung, desto größer die Vorticity und desto stärker die Divergenz auf der Trogvorderseite. Abbildung 11 zeigt den Zusammenhang.

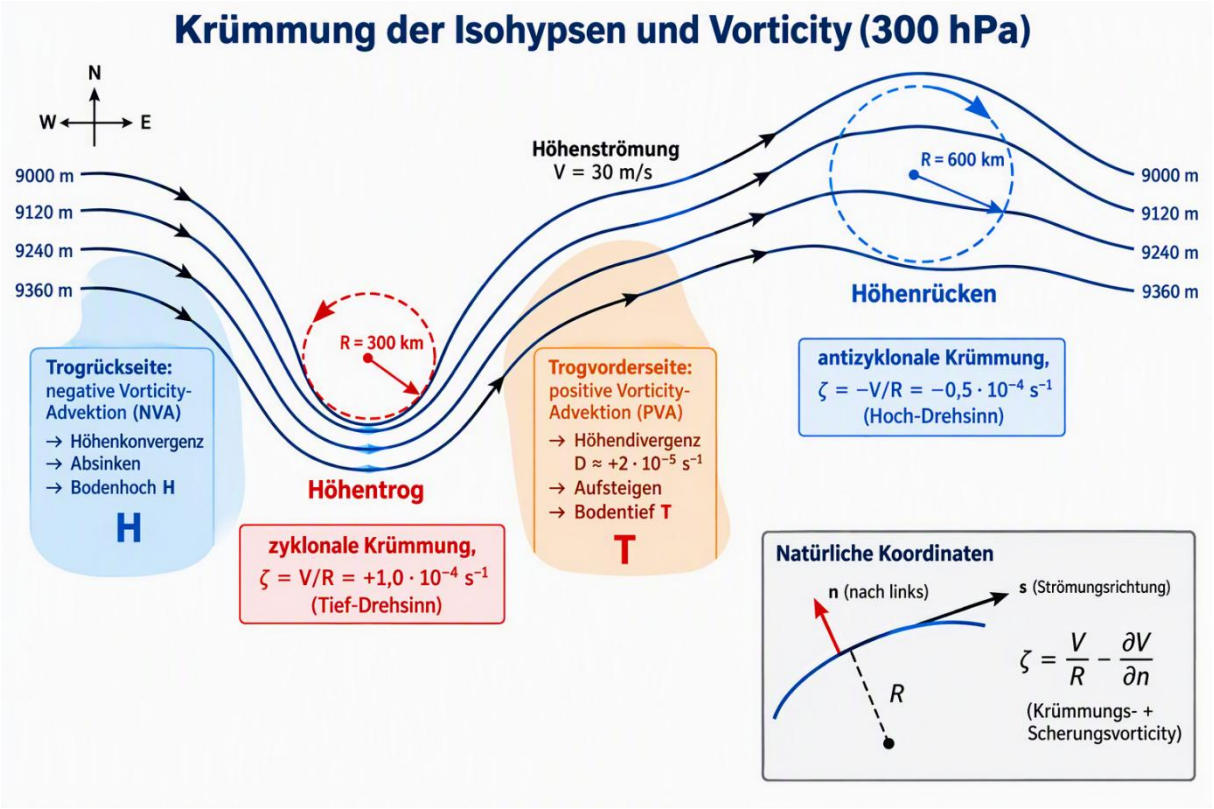


Abbildung 11: Krümmung der Isohypsen und Vorticity (300 hPa) – zyklonale Krümmung im Höhentrog (R = 300 km, ζ = +1,0 ×10⁻⁴ s⁻¹), antizyklonale Krümmung im Höhenrücken (R = 600 km, ζ = −0,5 ×10⁻⁴ s⁻¹); auf der Trogvorderseite positive Vorticity-Advektion mit Höhendivergenz und Bodentief, auf der Trogrückseite negative Vorticity-Advektion mit Konvergenz und Bodenhoch (Werte aus Beispiel 17)

Beispiel 17: Divergenz zwischen Trog und Rücken

Gegeben (300 hPa): Vorticity an der Trogachse $\zeta_{Trog} = +1{,}0 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, an der Rückenachse $\zeta_{Rücken} = -0{,}5 \times 10^{-4}\ s^{-1}$, Abstand Trog–Rücken $\Delta x = 1000\ km = 10^6\ m$ (Viertel- bis halbe Wellenlänge), Windgeschwindigkeit u = 30 m/s, Verlagerungsgeschwindigkeit der Welle c = 10 m/s, $f = 1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1}$

a) Vorticity-Advektion an der Trogvorderseite:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{(-0{,}5 \times 10^{-4} s^{-1} - 1{,}0 \times 10^{-4} s^{-1})}{10^6 m} = -1{,}5 \times 10^{-10} m^{-1} s^{-1}$$

$$PVA = -u \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -30 \frac{m}{s} \cdot (-1{,}5 \times 10^{-10} m^{-1} s^{-1}) = +4{,}5 \times 10^{-9} s^{-2}$$

b) Vorticity-Änderung eines Luftpakets: Relativ zur Welle bewegt es sich mit u − c = 20 m/s und braucht für die Strecke

$$\Delta t = 10^6 m \frac{10^6 m}{20 \frac{m}{s}} = 5 \times 10^4 s \approx 14\ h$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -1{,}5 \times \frac{10^{-4}s^{-1}}{5 \times 10^{4}s} = -3{,}0 \times 10^{-9}s^{-2}$$

c) Erforderliche Divergenz: mittlere absolute Vorticity

$\zeta + f = 0{,}25 \times 10^{-4}\ s^{-1} + 1{,}117 \times 10^{-4}\ s^{-1} = 1{,}37 \times 10^{-4}\ s^{-1}$

$$D = -\frac{(-3{,}0 \times 10^{-9}s^{-2})}{1{,}37 \times 10^{-4}s^{-1}} = +2{,}2 \times 10^{-5}s^{-1}$$

Deutung: Die Krümmung der Höhenströmung allein erzwingt an der Trogvorderseite eine Divergenz von rund $2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$. Deshalb entstehen Bodentiefs bevorzugt östlich (stromab) eines Höhentrogs. Auf der Trogrückseite kehrt sich das Vorzeichen um: Konvergenz, Absinken, Hochdruck.

5.4 Selbstverstärkung und Gesamtbilanz

Ein Tief verstärkt sich, wenn seine eigenen Folgen die Ursache verstärken (**positive Rückkopplung**): Östlich des Tiefs wird Warmluft nach Norden geführt und gehoben. Bei der Kondensation wird latente Wärme frei. Die Luftsäule wird wärmer und damit nach der hydrostatischen Gleichung „höher“. Der Höhenrücken stromab baut sich auf, der Trog vertieft sich durch Kaltluftadvektion auf der Rückseite, die Strömung wird stärker gekrümmt und die Höhendivergenz nimmt zu. Die Dicke einer Schicht zwischen zwei Druckflächen beschreibt die **hypsometrische Gleichung**:

$$\Delta z = \left(RL \cdot \frac{\bar{T}}{g}\right) \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad \text{und} \quad \Delta T = LV \cdot \frac{\Delta q}{cp}$$

mit R_L = 287 J/(kg·K) (Gaskonstante trockener Luft), L_V = 2,5 × 10⁶ J/kg (Verdampfungswärme), c_p = 1004 J/(kg·K) (spezifische Wärmekapazität) und Δq = kondensierte Wassermenge in kg/kg.

Abbildung 12 zeigt, wie sich ein Tief selbst erhält und verstärkt. Links ist ein West-Ost-Schnitt dargestellt: Östlich des Bodentiefs steigt Warmluft auf, kondensiert und erwärmt die Luftsäule, sodass sich der Höhenrücken stromab aufbaut. Westlich sinkt Kaltluft ab und vertieft den Höhentrog. Weil der Höhentrog westlich des Bodentiefs liegt (Westneigung), befindet sich das Tief genau unter der Höhendivergenz der Trogvorderseite. Rechts ist der daraus entstehende Kreislauf dargestellt: Jeder Schritt verstärkt den nächsten, bis die Okklusion die Rückkopplung beendet. Die eingetragenen Werte stammen aus den Beispielen 12, 17, 18 und 19.

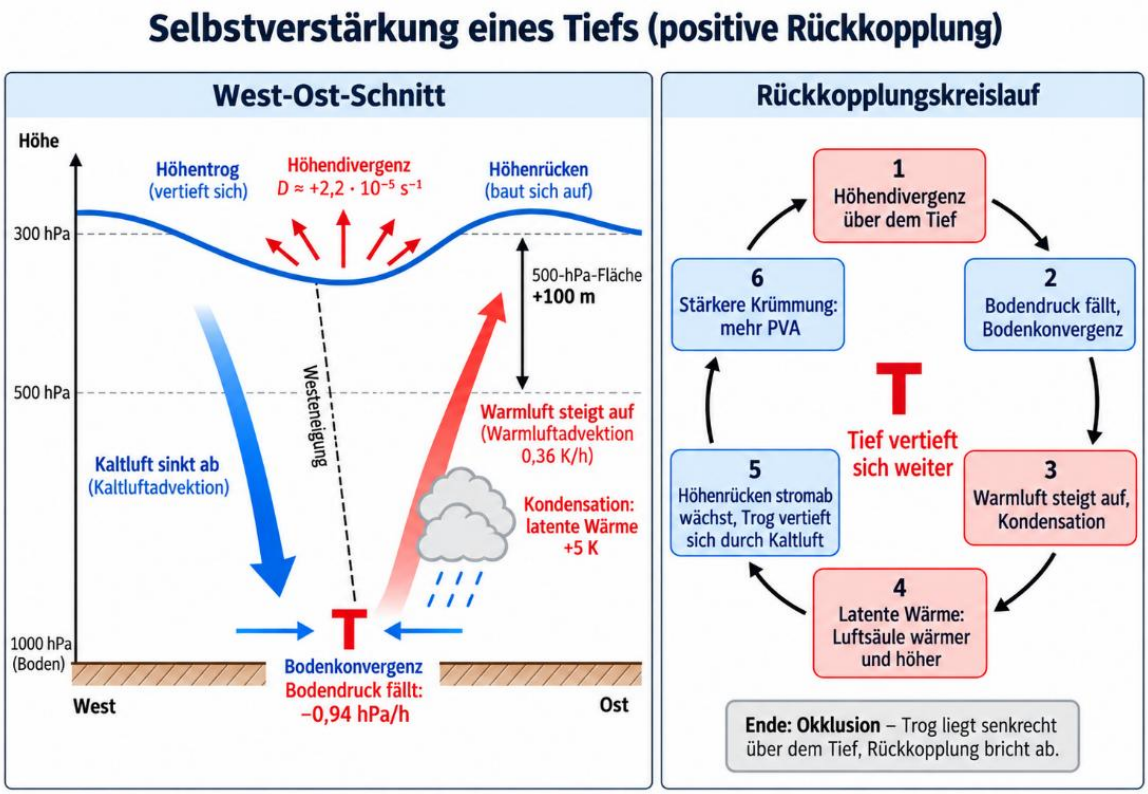


Abbildung 12: Selbstverstärkung eines Tiefs – links West-Ost-Schnitt mit aufsteigender Warmluft und Freisetzung latenter Wärme (+5 K, 500-hPa-Fläche +100 m), absinkender Kaltluft, Westneigung und Höhendivergenz über dem Bodentief (Druckfall −0,94 hPa/h); rechts Rückkopplungskreislauf bis zur Okklusion (Werte aus den Beispielen 12, 17, 18 und 19)

Beispiel 18: Rückkopplung durch latente Wärme

Gegeben: In der gehobenen Warmluft kondensieren Δq = 2 g/kg = 0,002 kg/kg Wasserdampf. Betrachtet wird die Schicht 1000–500 hPa.

a) Erwärmung:

$$\Delta T = LV \cdot \frac{\Delta q}{cp}$$

$$\Delta T = \frac{2{,}5 \times \frac{10^6 J}{kg} \cdot 0{,}002 \frac{kg}{kg}}{1004 \frac{J}{kg \cdot K}} = 5{,}0\ K$$

b) Zunahme der Schichtdicke:

$$\Delta(\Delta z) = \left(\frac{RL}{g}\right) \cdot \Delta T \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$= \left(\frac{287 \frac{J}{kg \cdot K}}{9{,}81 \frac{m}{s^2}}\right) \cdot 5{,}0\ K \cdot \ln\left(\frac{1000}{500}\right)$$

$$= 29{,}26\ \text{m/K} \cdot 5{,}0\ \text{K} \cdot 0{,}693 = \approx 101\ \text{m}$$

Deutung: Die 500-hPa-Fläche wird über der Warmluft um rund 100 m angehoben. Dadurch verstärkt sich der Höhenrücken stromab des Tiefs. Die Strömung zwischen Trog und Rücken wird stärker gekrümmt, PVA und Höhendivergenz nehmen zu (Beispiel 17), und der Bodendruck fällt schneller. Das Tief „füttert" sich selbst.

Beispiel 19: Gesamtbilanz – Jetstreak über der Trogvorderseite - rapide Zyklogenese

Gegeben: Der linke Ausgang eines Jetstreaks liegt über der Trogvorderseite. Höhendivergenz D_{oben} = +2,96 × 10^{-5} s^{-1} (Beispiel 16) in der Schicht 400–300 hPa. Die verstärkte Hebung zieht in der Bodenschicht 1000–900 hPa mehr Luft an: D_{unten} = −2,70 × 10^{-5} s^{-1}. Jeweils Δp = 10^4 Pa.

Rechnung:

$$\frac{\partial ps}{\partial t} \approx -(D_H \cdot \Delta p + D_U \cdot \Delta p)$$

$$= -(2{,}96 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 10^4 Pa - 2{,}70 \times 10^{-5} s^{-1} \cdot 10^4 Pa) =$$

$$-\left(0{,}296 \frac{Pa}{s} - 0{,}270 \frac{Pa}{s}\right) = -0{,}026 \frac{Pa}{s}$$

$$=$$

$$-0{,}026 \frac{Pa}{s} \cdot 3600 \frac{s}{h} = -94 \frac{Pa}{h} = -0{,}94 \frac{hPa}{h}$$

$$\rightarrow \text{in 24 h} \approx -22{,}5\ \text{hPa}$$

Vergleich mit dem Kriterium für rapide Zyklogenese(Bombogenese) bei 50° N:

$$24\ \text{hPa} \cdot \frac{\sin 50°}{\sin 60°} = 24\ \text{hPa} \cdot \frac{0{,}766}{0{,}866} \approx 21{,}2\ \text{hPa in 24 h}$$

Deutung: Mit einem Druckfall von 22,5 hPa in 24 h liegt die Entwicklung über dem Schwellenwert: Das Tief vertieft sich explosionsartig (Bombogenese), z. B. von 1005 hPa auf rund 983 hPa. Ohne Jetstreak (Beispiel 5, nur Trogvorderseite) waren es 17 hPa. Höhendivergenz und Bodenkonvergenz heben sich zu etwa 91 % auf; über die Entwicklung entscheidet der kleine Rest von rund 9 % – und genau diesen Überschuss liefert der Jetstreak.

5.5 Wirkungskette: Warum sich das Tief entwickelt

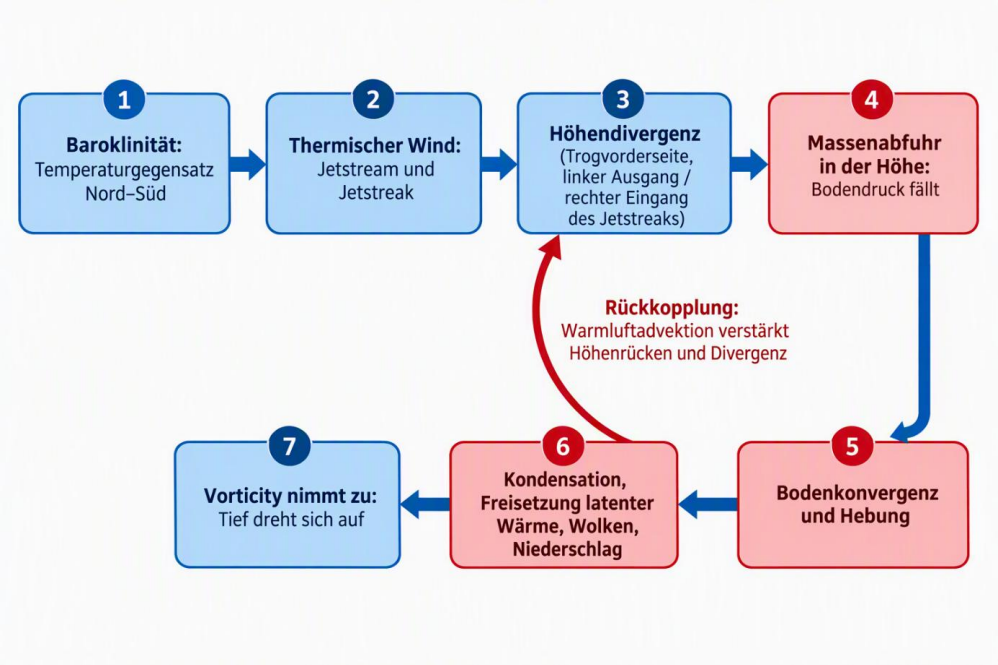


Abbildung 13: Wirkungskette der dynamischen Tiefdruckentwicklung mit Rückkopplung

1. **Baroklinität:** Ein Temperaturgegensatz von 10 K/1000 km erzeugt über den thermischen Wind einen Jetstream von ca. 42 m/s (Beispiel 9). Die Strömung ist baroklin instabil; Wellenstörungen wachsen in rund 23 h um den Faktor e (Beispiel 14).

2. **Höhendivergenz:** An der Trogvorderseite ($D \approx 2{,}2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$, Beispiel 17) und im linken Ausgang bzw. rechten Eingang eines Jetstreaks ($D \approx 3 \times 10^{-5}\ s^{-1}$, Beispiel 16) wird Luft in der Höhe abgeführt.

3. **Druckfall am Boden:** Ist die Höhendivergenz größer als die Bodenkonvergenz, verliert die Luftsäule Masse, und der Bodendruck fällt (−0,94 hPa/h, Beispiel 19).

4. **Hebung und Konvergenz:** Am Boden strömt Luft nach, steigt auf (cm/s-Bereich), kühlt ab und kondensiert (Beispiele 6 und 16).

5. **Aufdrehen:** Bodenkonvergenz verstärkt die Vorticity, das Tief wird zum Wirbel (Beispiel 7).

6. **Rückkopplung:** Latente Wärme (+5 K) und Warmluftadvektion heben die Höhenflächen um rund 100 m an (Beispiel 18). Rücken und Trog verstärken sich, die Höhendivergenz wächst – das Tief vertieft sich weiter.

7. **Ende der Entwicklung (Okklusion):** Sobald die Kaltluft die Warmluft vom Boden abgehoben hat und der Höhentrog senkrecht über dem Bodentief liegt, fehlen Temperaturgegensatz und Höhendivergenz über dem Kern. Das Tief füllt sich langsam auf.

5.6 Praxisbezug: Tiefentwicklung in Vorhersagekarten

Die bisher beschriebenen Prozesse sind nicht nur theoretische Konstrukte. In den Vorhersagekarten numerischer Wettermodelle lassen sich ihre räumliche Lage und zeitliche Entwicklung unmittelbar verfolgen. Ergänzend zu den üblichen Druck- und Höhenkarten werden

dafür häufig sogenannte **Antriebskarten** verwendet. Sie stellen auf Grundlage der quasigeostrophischen Theorie dar, wo Hebung und Tiefdruckentwicklung besonders begünstigt sind. Abbildung 14 verbindet mehrere dieser Felder in einer idealisierten Übersicht. Besonders hilfreich sind die folgenden Kartentypen:

- **500 hPa Geopotential, Bodendruck und relative Topografie** – Baroklinität: Eng gedrängte Linien gleicher Schichtdicke markieren die Baroklinzone (Abschnitt 5.1). Liegt der Höhentrog westlich des Bodentiefs, ist die für eine Vertiefung nötige Westneigung vorhanden (Abbildung 9).
- **300 hPa Geopotential, Divergenz und Wind** – Jetstreak und Höhendivergenz: Divergenzmaxima im linken Ausgang bzw. rechten Eingang eines Windmaximums zeigen, wo Luft in der Höhe abgeführt wird (Abschnitt 5.2, Abbildung 10).
- **300 hPa bzw. 500 hPa Geopotential und absolute Vorticityadvektion** – positive Vorticity-Advektion auf der Trogvorderseite (Abschnitt 5.3, Abbildung 11).
- **850 hPa Geopotential und Temperaturadvektion** sowie **850 hPa äquivalentpotenzielle Temperatur und Bodendruck** – Warmluftadvektion im Warmsektor und Lage der Fronten (Beispiel 12, Abbildung 8).
- **500 hPa Geopotential und Vertikalbewegung** – großräumige Hebung über dem sich entwickelnden Tief (Kapitel 3.3).

So liest man die Kartenserie: Aussagekräftig wird die Analyse erst im zeitlichen Vergleich. Dazu betrachtet man denselben Modelllauf beispielsweise für +0 h, +24 h und +48 h. Für eine kräftige Tiefentwicklung spricht, wenn das Bodentief unter einem Divergenzmaximum in 300 hPa und zugleich im Bereich positiver Vorticity-Advektion liegt. Eng gedrängte Schichtdickenlinien weisen zusätzlich auf eine ausgeprägte Baroklinzone hin. Fällt der Kerndruck von Termin zu Termin deutlich, bestätigt dies die erwartete Vertiefung. Bei 50° N gilt ein Druckfall von mehr als rund 21 hPa innerhalb von 24 Stunden als explosive Zyklogenese (Beispiel 19). Rückt der Höhentrog später direkt über das Bodentief, setzt die Okklusion ein und die Vertiefungsphase klingt ab (Abschnitt 5.5).

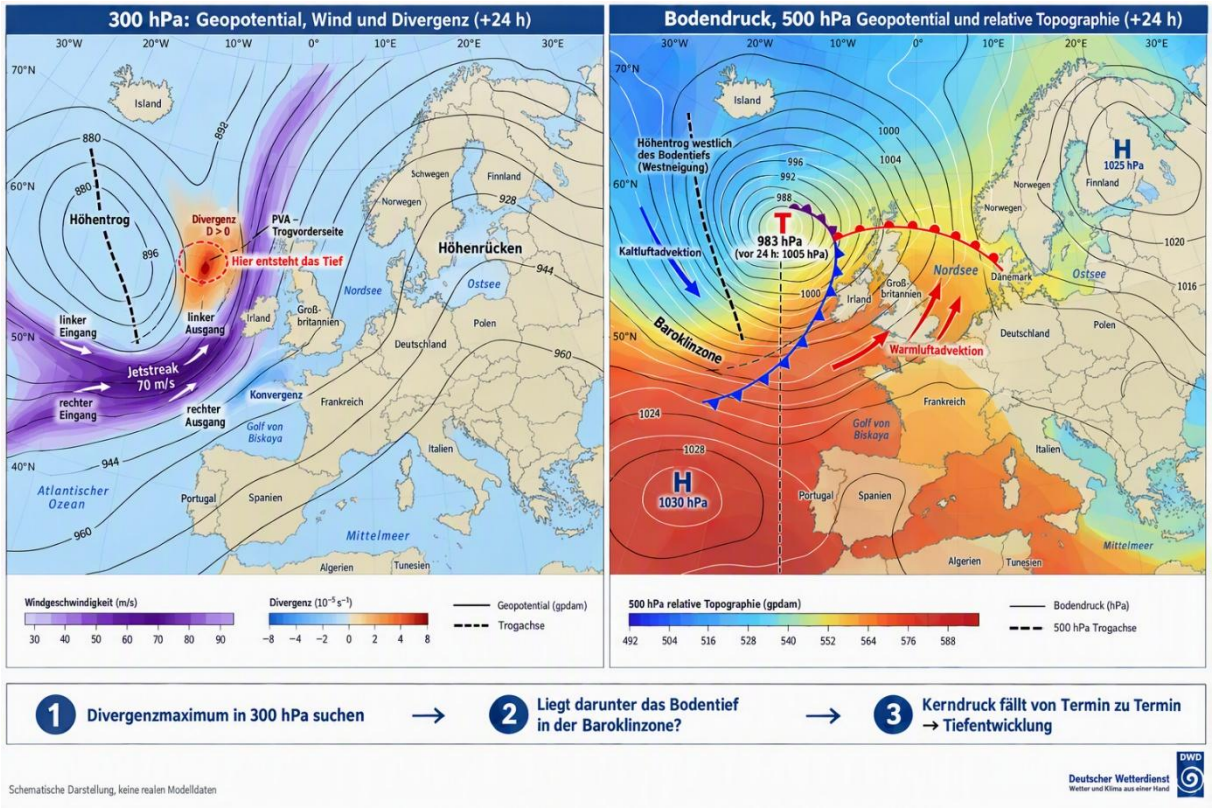


Abbildung 14: Idealisierte Vorhersagekarte einer Tiefentwicklung (+24 h) – links 300 hPa mit Jetstreak (70 m/s) und Höhendivergenz im linken Ausgang, rechts Bodendruck, 500-hPa-Geopotential und relative Topografie mit Baroklinzone und Westneigung des Höhentrogs; Kerndruck von 1005 auf 983 hPa in 24 h (Werte aus den Beispielen 16, 17 und 19). Schematische Darstellung, keine realen Modelldaten

6 Vergleich: Dynamisches Tief und dynamisches Hoch

Merkmal	Dynamisches Tief (Zyklone)	Dynamisches Hoch (Antizyklone)
Höhenströmung (ca. 300 hPa)	Divergenz, D > 0 (Trogvorderseite)	Konvergenz, D < 0 (Trogrückseite)
Bodenströmung	Konvergenz, Einströmen	Divergenz, Ausströmen
Vertikalbewegung	Aufsteigen, w ≈ +1 cm/s	Absinken, w ≈ −1 cm/s
Drehsinn (Nordhalbkugel)	gegen den Uhrzeigersinn, ζ > 0	im Uhrzeigersinn, ζ < 0
Typische Drucktendenz	−0,5 bis −1 hPa/h	+0,2 bis +0,5 hPa/h
Wetter	Wolken, Niederschlag, Wind, Fronten	wolkenarm, trocken, im Winter Nebel/Inversion

7 Zusammenfassung

- Dynamische Druckgebilde entstehen durch eine **unausgeglichene Massenbilanz** der Luftsäule: Höhendivergenz lässt den Bodendruck fallen (Tief), Höhenkonvergenz lässt ihn steigen (Hoch).
- Antrieb ist die **wellenförmige Höhenströmung** mit Jetstream, Trögen, Rücken und Jetstreaks.
- Die **Kontinuitätsgleichung** koppelt Höhen- und Bodenströmung über Aufsteigen (Tief) bzw. Absinken (Hoch).
- **Corioliskraft** und **Vorticity** erklären den Drehsinn und die Langlebigkeit der Systeme.
- Schon ein kleiner Überschuss von etwa $0{,}2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ zwischen Höhendivergenz und Bodenkonvergenz (je 100 hPa Schichtdicke) genügt, um Druckänderungen von rund 17 hPa pro Tag zu erzeugen (Beispiel 5).
- **Warum sich ein Tief entwickelt:** Baroklinität liefert Energie und Jetstream, Trogvorderseite und Jetstreak (linker Ausgang, rechter Eingang) erzeugen die Höhendivergenz, und latente Wärme sowie Warmluftadvektion verstärken die Entwicklung bis zur Okklusion (Kapitel 5).

Quellen:

- Die Atmosphäre der Erde (Kraus)
- Synoptische Meteorologie (Bott)
- Theoretische Meteorologie (Hantel)
- Practical Meteorologie (Stull)
- Theoretische Meteorologie (Etling)

©Lothar Aeckerle